SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ABAETETUBA
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

SIMEY DA COSTA NEGRÃO

OS MÉTODOS HISTÓRICOS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO COMO RECURSO FACILITADOR DO ENSINO

Abaetetuba
2021

SIMEY DA COSTA NEGRÃO

OS MÉTODOS HISTÓRICOS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO COMO RECURSO FACILITADOR DO ENSINO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática, da Faculdade de Ciência Exatas – FACET da Universidade Federal do Pará – UFPA, campus de Abaetetuba, como requisito básico para obtenção do Título de Mestre em matemática.

Orientador: Prof. Dr. Sebastião Martins Siqueira Cordeiro

Abaetetuba-PA
2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

N385m Negrão, Simey da Costa.
Os Métodos Históricos de Multiplicação e Divisão como Recurso Facilitador do Ensino / Simey da Costa Negrão. — 2021.
84 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Sebastião Martins Siqueira Cordeiro
Coorientador(a): Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Abaetetuba, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Abaetetuba, 2021.

1. História da Matemática. 2. História da Multiplicação e Divisão. 3. Barras de Napier. 4. Ensino . I. Título.

CDD 510

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ – UFPA
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA – FACET
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

FOLHA DE APROVAÇÃO

Simey da Costa Negrão

OS MÉTODOS HISTÓRICOS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO COMO RECURSO FACILITADOR DO ENSINO

Dissertação apresentada como requisito final para a obtenção do título de Mestre em Matemática, pela Universidade Federal do Pará

Aprovada em 10 de junho de 2021.

Banca Examinadora:

Orientador: Prof. Dr. Sebastião Martins Siqueira Cordeiro, PROFMAT/UFPA

Membro Externo: Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma, PPGECM/UFPA

Membro Interno: Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa, PROFMAT/UFPA

Dedico este trabalho aos meus pais Simeão e Eulina, meu irmão Miguel Neto, à minha esposa Simone e meus filhos Samuel e Sarah.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus pela oportunidade concedida.

Aos meus pais Simeão e Eulina, à minha esposa Simone e meus filhos Samuel e Sarah, obrigado pela compreensão, apoio e paciência em tantos momentos árduos durante esse período.

Ao meu orientador, professor Sebastião Martins Siqueira Cordeiro, pela orientação, paciência e incentivo na conclusão deste trabalho.

A todos os professores do curso, por todo conhecimento compartilhado, em especial ao professor José Francisco da Silva Costa, pela ajuda e orientação.

A todos os meus amigos da Turma do PROFMAT 2018, pelos conhecimentos e alegrias compartilhadas ao longo deste curso. Enfim, a todos que se fizeram presentes nesta caminhada.

“Se cheguei até aqui foi porque me apoiei no ombro dos gigantes”

(Isaac Newton)

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE FIGURAS

OS MÉTODOS HISTÓRICOS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO COMO RECURSO FACILITADOR DO ENSINO

RESUMO

O trabalho apresenta como objetivo geral mostrar os métodos de multiplicação e divisão, possibilitando ao aluno o conhecimento histórico de algumas técnicas utilizadas por civilizações antigas que possam ser desenvolvidos para as soluções de problemas cotidianos. Nesse caso, desenvolvem e se fundamentam os métodos de multiplicação e divisão concebidos em algumas civilizações antigas e através do uso das Barras ou Ossos de Napier, constituindo num recurso facilitador para o processo de ensino e aprendizagem. O estudo teve como base inicial a pesquisa teórica, orientada a partir de literaturas de autores como Eves (2004), Boyer (2012), Rooney (2012), entre outros, que favorecem os princípios necessários em que a Matemática se orienta quando inserida na concepção histórica e nos instrumentos fundamentais à compreensão e aplicação no cotidiano escolar. A pesquisa exploratória traz em seu bojo relatos de atividade de ensino desenvolvida de modo híbrido (presencial e online) em turmas do 5º e 6º ano do Ensino Fundamental com a utilização das Barras de Napier na resolução de questões matemáticas, bem como as conclusões acerca desta prática. Conclui-se a pesquisa considerando a necessidade de uma metodologia que englobem atividades de operações de multiplicação e divisão com intuito de melhorar o processo de ensino e aprendizagem na disciplina Matemática.

Palavras-chave: Matemática. Multiplicação. Divisão. Método e Barras de Napier.

HISTORICAL METHODS OF MULTIPLICATION AND DIVION AS A FACILITATING RESOURCE FOR TEACHING

ABSTRACT

This work has as a general objective to present the methods of multiplication and division, in order to enable students to gain historical knowledge from some of techniques used by ancient civilizations which can be developed to solve daily problems. For that reason, multiplication and division methods were conceived in ancient civilizations and with the use of Bars or Bones of Napier, these methods were developed and founded, thus becoming a facilitating resource in the teaching and learning process. This study was initially based on theoretical research, oriented by literature from authors such as Eves (2004), Boyer (2012), Rooney (2012), among others, which favors the fundamental principles by which Mathematics is based when inserted in the historical conception and fundamental instruments for the understanding and application in daily school life. The exploratory research brings in its core reports of teaching activity developed in a hybrid format (in person and online) from 5th and 6th grade classes of elementary school through the use of Napier Bars in solving mathematical problems, as well as presents conclusions with respect the practice aspect. This research results in considering the need for a methodology which comprehends activities of multiplication and division operations as to improve the teaching aim and learning process of Mathematics as a school curricular component.

Keywords: Math. Multiplication. Division. Napier Method and Bars.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A Matemática está presente em todos os lugares, os fenômenos que existem na natureza podem ser representados por modelos matemáticos, pois é a ciência que se desenvolveu através da observação da natureza, do comportamento humano e das necessidades em solucionar problemas. “A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico” (BNCC, 2017, p.265). “Estudar a História da Matemática é o ponto de partida para a compreensão do seu desenvolvimento” (GASPERI e PACHECO, 2007, p. 04).

Cunha (2017, p. 03) evidencia que a Matemática é de suma importância para todos. “Suas descobertas, relevantes para o crescimento e desenvolvimento da humanidade, ajudaram a entender as situações e problemas que nela está envolvida, facilitando a compreensão de determinados acontecimentos”. Desse modo, entende-se que a Matemática é uma construção do conhecimento humano desenvolvido no decorrer dos tempos, que permite assimilar a cultura das civilizações, que muito contribuíram no avanço desta ciência. O conhecimento matemático torna-se essencial para a vida prática e o prosseguimento dos estudos (NOGUEIRA; OLIVEIRA; PAVANELLO, 2016).

Fundamentado principalmente no ensino básico para que os alunos percebam as diversas formas possíveis em resolver determinados problemas, portanto, torna-se relevante não somente na compreensão de definições e propriedades, mas também inserindo a História da Matemática, especificamente os métodos de operações das antigas civilizações e Barras de calcular de John Napier como possíveis ferramentas didáticas na contribuição ao entendimento dos rigores envolvidos na disciplina Matemática, tornando-a mais contextualizada e interdisciplinar.

Associar o ensino ao contexto e à História pode facilitar a compreensão, pois, "as práticas matemáticas, ou seja, como os integrantes de cada cultura ou grupo usam a Matemática variaram muito ao longo dos tempos, dependendo das necessidades, visões de mundo, entre outros fatores, e continuam a variar" (MEC, 2018, p. 522). Dessa forma torna-se necessário conhecer além dos livros didáticos da escola secular, é aconselhável a leitura aprofundada em outros livros, artigos, revistas cientificas, sobre a temática em questão. Assim sendo, um meio de inserir a História da Matemática em sala de aula se concentram nas pesquisas que visam à conexão com o ensino, formando interfaces que unam as duas áreas de forma intrínseca.

De modo análogo, relacionar o processo histórico e a Matemática como um dos mecanismos facilitador no ensino e aprendizagem, levou ao desenvolvimento desta dissertação, tendo como motivação as diversas observações realizadas com base na experiência desde 2006 lecionando a disciplina no Ensino Fundamental. Percebe-se que muitos alunos iniciam o 6º ano sem apresentar habilidades nas operações de multiplicação, divisão e na resolução de problemas envolvendo os conceitos e raciocínio lógico, que teoricamente, deveriam estar consolidados na aprendizagem. "Inúmeras são as dificuldades envolvendo o ensino da Matemática, fatores como o pouco investimento de políticas públicas administradas corretamente, falta de participação familiar e outros contribuem ao fracasso escolar" (MIGUEL e MIORIM, 2015, p.11). Tendo em vista essas razões é necessário construir mecanismos pautados a partir de metodologias participativas, inserindo discussões sobre os métodos de multiplicação, divisão e Barras de Napier como forma de contribuição aos alunos, amenizando as inúmeras dificuldades apresentadas nessas operações. Possivelmente muitas lacunas no ensino da vida escolar pregressa estejam impedindo certas conexões indispensáveis à resolução do que aparentemente parece tão simples para outros alunos (BOALER, 2018). E assim, enquanto o educando não vê significado no que está operando, consequentemente não se envolve com o que lhe ensinam.

Em relação as técnicas de ensino de multiplicidade e divisibilidade, o trabalho apresenta como objetivo geral mostrar os métodos de multiplicação e divisão, possibilitando ao aluno o conhecimento histórico de algumas técnicas utilizadas por civilizações antigas que possam ser desenvolvidos para as soluções de problemas cotidianos. Esses métodos podem oferecer uma melhor compreensão do algoritmo, auxiliando nos resultados significativos na assimilação dos conteúdos matemáticos e, por conseguinte, contribuir com a construção de um material de apoio que pode ser aplicado como ferramenta útil no processo de ensino. Como objetivos específicos: Compreender a História dos métodos matemáticos em algumas antigas civilizações; verificar a descrição de alguns métodos de multiplicação e divisão antigos e utilizar as Barras de Napier no ensino da multiplicação e divisão.

Em relação à justificativa provém da necessidade em construir um processo de ensino que favoreça a diminuição das dificuldades apresentadas pelos alunos na compreensão das operações de multiplicação e divisão, conhecimentos prévios necessários ao prosseguimento nas séries seguintes. Como citado no texto, à experiência desde 2006 abriu caminhos nesse percurso, levando a pensar numa metodologia eficaz que venha contribuir com os alunos e os envolver em técnicas ou métodos de ensino, abrindo um leque de possibilidade envolvendo a multiplicação e divisão atreladas ao processo histórico.

No desenvolvimento do trabalho optou-se por construir duas pesquisas, a teórica e a exploratória. Para tanto, um estudo bibliográfico de base foi necessário por meio de discursos teóricos, levando o pesquisador a compreender melhor o tema e a fundamentar um instrumento de coleta de informações junto aos sujeitos selecionados como participantes da investigação. Assim, foi possível a realização da coleta de informações frente a um instrumento (questionário), elencando-se perguntas abertas e fechadas, segundo o marco referencial de apoio. Na pesquisa teórica foram utilizadas fontes em livros e artigos, baseando as investigações em autores como Eves (2004), Boyer (2012), Rooney (2012), dentre outros que consolidam o estudo com os resultados da pesquisa teórica. Já a pesquisa exploratória, tem como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, na intenção de torná-lo mais explícito e informativo.

Pode-se dizer que estas pesquisas têm como finalidade principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições. Seu planejamento é, portanto, bastante flexível, de modo que possibilite a consideração dos mais variados aspectos relativos ao fato estudado (GIL, 2010). No caso da pesquisa exploratória, o estudo foi realizado em três diferentes escolas, duas escolas da rede pública municipal e uma da rede privada de ensino. Para isso foram coletados dados de informações com 73 alunos do 5º e 6º anos e seus respectivos professores sobre as dificuldades apresentadas no estudo de Matemática envolvendo operações de multiplicação e divisão. Uma vez que dados oriundos da bibliografia de base puderam ser juntados com as informações coletadas mediante a aplicação do questionário com os sujeitos, foi realizada a triangulação de dados, com vistas a alcançar melhor entendimento a partir da leitura global dos fatos e respostas dos questionários. A triangulação é concebida como estratégia metodológica de combinação quantitativa e qualitativa, assim como diferentes métodos de análise de dados (questionários, documentos, bibliografias, entre outros), com a finalidade de “contribuir não apenas para o exame do fenômeno sob o olhar de múltiplas perspectivas, mas também enriquecer nossa compreensão, permitindo emergir novas ou mais profundas dimensões” (AZEVEDO, 2013, p. 4).

O trabalho está dividido em três capítulos. No primeiro é abordado um breve histórico da Matemática em alguns povos milenares como hinduísta, egípcio e chinês. Também fazendo o levantamento biográfico de John Napier e sua contribuição para a humanidade. O segundo capítulo descreve passo a passo os métodos de multiplicação e divisão que cada povo citado no primeiro capítulo estabeleceu, mostrando a maneira em que essas civilizações desenvolveram os algoritmos. Por exemplo, o método de multiplicação das Gelosias ou método de Mear e Duplicar, o método Chinês que assemelha a geometria ao se trabalhar com retas transversais e pontos de intersecção, além de descrever os métodos de divisão, o método de Riscar também conhecido por método de Galeão, em referência as grandes embarcações e o método utilizado por John Napier, as Barras de calcular de Napier, a qual será proposta metodológica desenvolvida na sala de aula e descrita no próximo capítulo.

Finalmente, o capítulo três, apresenta a proposta de metodologia para resolução de problemas sobre multiplicação e divisão utilizando as Barras de Napier. Este capítulo descreve os processos descritivos e de aplicação das barras junto aos alunos do 5º e 6º ano do Ensino Fundamental, de modo remoto e híbrido, em virtude da pandemia do novo coronavírus, o que provocou grandes mudanças na dinâmica educacional. Mesmo com todas essas dificuldades ainda assim foi possível socializar com os estudantes e professores por meio de aplicativos de mensagens e vídeos gravados o método desenvolvido por John Napier no século XVII e que é tão prático para o ensino atual.

CAPÍTULO 1 – HISTÓRIA DOS MÉTODOS MATEMÁTICOS EM ALGUMAS ANTIGAS CIVILIZAÇÕES

Neste capítulo faz-se uma breve abordagem histórica dos métodos matemáticos em algumas civilizações antigas (Hinduísta, Egípcia e Chinesa), ressaltando a finalidade para qual a princípio foram formuladas. Abordando também um pouco sobre a biografia de John Napier e sua contribuição na Matemática.

1.1 HINDUÍSTA

A civilização hinduísta foi uma das sociedades mais antigas do mundo, cujo território é ocupado atualmente pela Índia. Segundo (IFRAH, 2005) encontram-se pouco registro autêntico sobre o desenvolvimento matemático hinduísta na antiguidade, pois naquela época as anotações eram feitas em folhas de palmeira, dificultando a conservação de importantes registros do período. De acordo com (EVES, 2004), a mais antiga fonte histórica preservada são as ruínas de uma cidade de 5.000 anos, encontradas em Mohenjo Daro, sítio localizado a nordeste da cidade de Karachi no Paquistão.

Figura 1: Ruínas em Mohenjo Daro, cidade antiga da civilização do Vale Indo.

Fonte:https://sites.google.com/site/histmatuninove/historia-da-matematica-na-india?tmpl=%2Fsystem%2Fapp%2Ftemplates%2Fprint%2F&showPrintDialog=1

Analisada por inúmeros arqueólogos foram encontrados vestígios de ruas bastante largas, habitações de tijolos com banheiros revestidos por partilhas de cerâmica, redes de esgoto subterrâneo e piscinas públicas, indicando esta civilização como uma das mais avançadas no Oriente antigo. Além disso, há registros de que possuíam o próprio sistema de escrita, contagem, medidas e pesos, também construíram canais para irrigação se utilizando da engenharia matemática (EVES, 2004).

Os povos hinduístas viviam em cidades, na região do vale do rio Indo e cultivavam a agricultura. A Matemática desenvolveu-se, a partir do modo de vida e da necessidade do cotidiano daquele povo, principalmente na comercialização de mercadorias. “Os números que usamos hoje no Ocidente têm uma longa história e foram originados pelas civilizações do vale do rio Indo, mais de 2.000 anos a.C. Eles foram encontrados pela primeira vez em antigas inscrições budistas” (ROONEY, 2012, p. 22).

Os hinduístas contribuíram significativamente para o nosso sistema decimal e posicional dos números, também em alguns dos algoritmos utilizados nas suas operações. Foram os responsáveis pelo desenvolvimento de um método de multiplicação formulado por meio de tábuas quadriculadas, que mais tarde ficou conhecida como Método da Gelosia. Ifrah (2005) salienta que esse método tenha sido descoberto na Índia antiga por volta do século XII, pela necessidade que os mercadores tinham em fazer contas rápidas e assim, ser mais ágil no trabalho.

> (...) foi levado a Europa através da expansão do comércio das especiarias, onde foi muito utilizado por criar um processo mais rápido e simples de fazer multiplicação com mais de dois algarismos. Com uma caneta tosca de bambu sobre uma pequena lousa, usando um líquido branco que poderia ser facilmente apagado, ou, então, sobre uma prancha branca, do tamanho de um quadrado de 30 cm de lado, salpicado de uma farinha vermelha, sobre a qual escreviam os números que apareciam brancos sobre o fundo vermelho. (IFRAH, 2005, p.165).

Observa-se que o método matemático hinduísta chamado também de indo – arábico surgiu da necessidade dos mercadores em realizar tarefas voltadas ao comércio de uma forma rápida, onde não houvesse perda de tempo e assim, contribuindo para a agilidade nos despachos das mercadorias.

Dos árabes passou para a Itália nos séculos XIV e XV onde o nome Gelosia lhe foi associado por causa da semelhança com os gradeados colocados em frente as janelas em Veneza. Também há indícios de seu uso pelos chineses e persas. A Índia sofreu numerosas invasões entre as quais se destacam as babilônicas e gregas, facilitando assim, a apropriação e ampliação de seus métodos matemáticos.

1.2 EGÍPCIOS

A civilização egípcia antiga desenvolveu-se no nordeste africano nas margens do rio Nilo, por isso este rio foi extremamente importante para os egípcios e era utilizado como via de transporte de mercadorias e pessoas. Por volta do ano 4.000 a.C., algumas comunidades primitivas aprenderam a usar ferramentas e armas de bronze. Aldeias situadas às margens de rios transformaram-se em cidades. Novas atividades surgiram, principalmente em relação ao desenvolvimento do comércio. Sabendo que os egípcios se fixaram as margens do rio Nilo, assim, toda a sua cultura foi formada com base nas inundações do rio. A Matemática, foi concebida de maneira prática, associada as atividades desenvolvidas pelo que a utilizava para resolver problemas do cotidiano. Dessa forma, fora aplicada na maioria dos processos agrícolas desempenhados no período.

> Com a drenagem de pântanos, o controle de inundações e a irrigação era possível transformar as terras ao longo desses rios em regiões agricultáveis ricas. Projetos extensivos dessa natureza não só serviram para ligar localidades anteriormente separadas, como também a engenharia, o financiamento e a administração desses projetos, e os propósitos que os motivaram requeriam o desenvolvimento de considerável tecnologia e da matemática concomitante. Assim, pode-se dizer que a matemática primitiva se originou em certas áreas do Oriente Antigo primordialmente como uma ciência prática para assistir a atividades ligadas à agricultura e à engenharia. (EVES, 2004, p. 57).

Os agricultores passaram a produzir alimentos em quantidades superiores às suas necessidades. Com isso algumas pessoas puderam se dedicar a outras atividades, tornando-se artesãos, comerciantes, sacerdotes, administradores, etc. Como consequência desse desenvolvimento surgiu à escrita. Era o fim da Pré-História e o começo da História. Os grandes progressos que marcaram o fim da Pré-História verificaram-se com muita intensidade e rapidez no Egito. Os egípcios foram os primeiros a utilizar um calendário, tomando por referência o sol. Interessados em astronomia, puderam observar que as enchentes do Nilo eram separadas em 365 dias. “Desta observação surge o calendário, e é dividido em 12 meses de 30 dias. Além do calendário, os egípcios construíram as pirâmides de Gizé, monumentos avançados para a época”. (BOYER, 2012, p. 22). Foi partindo dessa necessidade imediata de que estudiosos do Antigo Egito passaram a representar a quantidade de objetos de uma coleção através de desenhos – os símbolos. A criação dos símbolos foi um passo muito importante para o desenvolvimento da Matemática.

Dentre os documentos que relatam a Matemática desenvolvida pelos egípcios encontram-se os papiros, o que apresenta a melhor fonte de informações é o papiro de Rhind datado a cerca de 1650 a.C. Um rolo de 6 metros de comprimento e 33 centímetros de largura que contém 85 problemas e sua resolução e também o papiro Golonishev ou de Moscou datado aproximadamente no ano 1850 a.C. com um texto matemático contendo 25 problemas (BOYER, 2012).

Figura 2: Fragmento do Papiro de Rhind.

Fonte: https://www.timetoast.com/timelines/historia-de-las-matematicas

O papiro Rhind descreve os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso que faziam das frações unitárias, o emprego da regra da falsa posição, a solução para o problema envolvendo a área de um círculo e muitas aplicações da matemática em problemas práticos. Todos os 110 problemas incluídos nos papiros de Moscou e de Rhind são numéricos, a maioria lida com questões sobre a distribuição de pão e cerveja, balanceamento de rações para gado e aves domésticas e armazenamento de grãos. Estes problemas foram formulados claramente com o intuito de servirem como exercícios para os estudantes. Para muitos desses problemas a resolução não exigia mais do que equação linear simples, mas há alguns de natureza teórica, que tratam, por exemplo, de progressões aritméticas e geométricas.

Os egípcios se utilizavam de um sistema de numeração não posicional (a ordem em que os símbolos são dispostos não importa), técnica bem simples baseada na duplicação de números naturais (achar o dobro). A descrição do processo é simples: Para multiplicar dois números a e b o escriba registrava o primeiro par 1, b. Depois duplicaria sucessivamente cada número par, até que a duplicação seguinte levasse o primeiro elemento a exceder a. Posteriormente, tendo determinada as potências de 2 que somadas são iguais a a, o escriba adicionaria os múltiplos correspondentes de b para obter a resposta.

Boyer (2012) afirma que a adição era a operação aritmética fundamental no Egito e que a multiplicação (assim como a divisão) era efetuada "[...] no tempo de Ahmed por sucessivas duplicações" (BOYER, 2012, p. 11), ou seja, somando-se o número (no caso, cada fator) com ele próprio. Este autor enfatiza, ainda, que a palavra multiplicação que hoje utilizamos sugere, na verdade, o processo egípcio de realizar tal operação aritmética.

1.3 CHINESES

A civilização chinesa desenvolveu na antiguidade uma Matemática bastante complexa. "Na literatura matemática chinesa, podem ser encontrados métodos para a resolução de equações lineares, quadráticas, cúbicas e de graus ainda maiores. Também foram encontradas equações envolvendo duas, três, quatro ou mais incógnitas" (NICOSIA, 2010, p. 83). As comunidades chinesas, que viviam ao longo do rio Amarelo, começaram a "desenvolver a ciência e a matemática através de suas culturas". (EVES, 2004, p. 24).

> (...) O sistema de numeração chinês era decimal, porém com notações diferentes das conhecidas na época. Eles utilizavam o sistema de "barras" (I, II, III, IIII, T). Os chineses conheciam as operações sobre frações comuns, utilizando o m.d.c. Trabalhavam com números negativos por meio de duas coleções de barras (vermelha para os coeficientes positivo e preta para os negativos), porém não aceitava números negativos como solução de uma equação. A matemática chinesa é tão diferente da de outros povos da mesma época que seu desenvolvimento ocorreu de forma independente. (CAJU 2010, p. 14- 15).

Na China foram usados bastões para representar os números a serem multiplicados e cada algarismo era retratado pela quantidade de bastões correspondentes. Assim, o número 95 no modo chinês seria representado por um conjunto de 9 e um conjunto de 5 bastões, justapostos com um intervalo entre tais conjuntos. Nesse sentido, por meio de tal método, caso se quisesse multiplicar o número 95 pelo número 46, por exemplo, se colocaria um conjunto de 9 bastões ao lado de um conjunto de 5 bastões. Sobre estes, perpendicularmente, se justapunha um conjunto de 4 bastões mais um conjunto de 6 bastões. Por meio das intersecções entres os bastões sobrepostos é que se chegava ao produto procurado. Nicosia (2010) descreve a operacionalização do método afirmando que a multiplicação é obtida por meio do cruzamento de bastões, contando-se ordenadamente os cruzamentos ou pontos de intersecção. “O sistema é realmente simples, mesmo para números relativamente altos” (NICOSIA, 2010, p. 82). O sistema numérico chinês tinha como característica, ser decimal, posicional e trabalhado em barras: utilizava arranjos com varetas de bambu e representava o zero por um espaço em branco. “Estas varetas eram finas com cerca de 2 mm de diâmetro e 12 cm de comprimento, posteriormente foi trocado por prismas quadrados cerca de 7mm de espessura e 5 cm de comprimento” (SMITH; MIKAMI, 2004). Os pontos de interseção eram contados e representavam as multiplicações. O restante do processo era similar ao método hindu. Segundo Boyer (2012, p. 145):

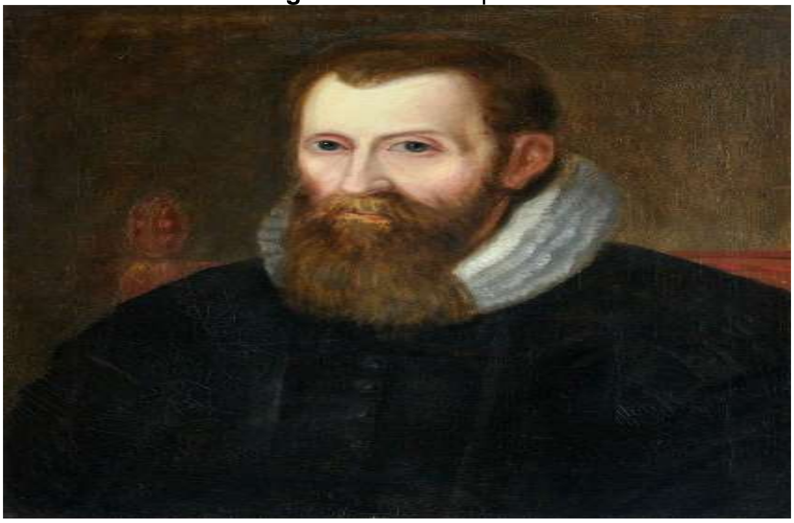
> (...) as barras verdadeiras, de bambu, marfim ou ferro, eram carregadas em uma sacola pelos administradores e usadas para cálculos. As barras de contagem eram manipuladas com tal destreza que um escritor do século onze descreveu-as como “voando tão depressa que o olhar não podia acompanhar o movimento”.

Tomando essas características, os chineses efetuavam suas multiplicações e as varetas eram dispostas na posição horizontal e vertical, representando o multiplicador e o multiplicando, respectivamente.

A história mostra como foi difícil chegar a esse estágio de nossa civilização. Os números surgiram da necessidade que a humanidade teve de contar e registrar as grandes quantidades, com o tempo surgiu o conceito de números, modelos de contagem e registros de quantidades foram desenvolvidos. Algumas civilizações criaram símbolos e sistema de numeração própria. É impossível pensar na humanidade sem a Matemática, pois o conceito de números está presente em quase toda atividade humana. Dominar os conceitos básicos matemáticos no ensino fundamental é importante para construir outros conhecimentos mais complexos.

1.4 UM POUCO SOBRE JHON NAIPER E SUAS CONTRIBUIÇÕES

Figura 3: John Napier.



Fonte: http://www.fameimages.com/john-napier

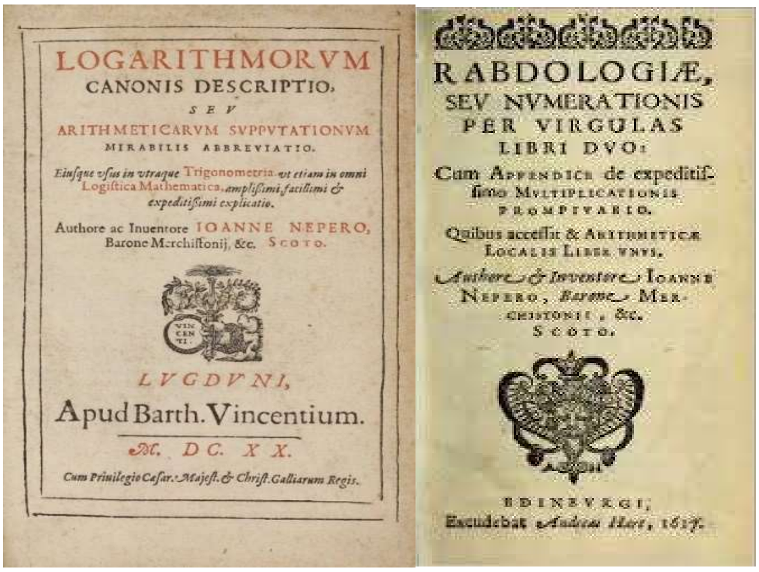
John Napier nasceu em 1550 na Escócia. Filho do Barão Archibald Napier e Janet Bothwell. A família Napier possuía grande influência política e financeira na época. Napier foi educado até os treze anos em casa pelos considerados melhores mestres, algo bastante comum para as famílias mais ricas. No entanto, desde pequeno se diferenciava dos demais jovens que costumavam dedicar-se à caça e assuntos relacionados à guerra, Napier preferia atividades intelectuais. Em 1563 ingressou na Universidade de Saint Andrews onde estudou Teologia e ao concluir o curso viajou pela Europa, frequentando também as universidades de Paris, Itália e Holanda. Em 1571 regressou a Escócia, era então um teólogo reconhecido e considerado um dos homens mais ricos da época. Passou para a história como célebre matemático pela invenção dos logaritmos e por várias contribuições em diferentes ramos da Matemática.

> Napier era um grande inventor, criava fertilizantes e substâncias para a agricultura, além disso, era muito envolvido em questões religiosas. Em 1593 publicou uma obra falando sobre o protestantismo. Ele se dedicou também ao estudo científico da matemática e de instrumentos bélicos no tempo livre que tinha, pois muito do seu tempo era dedicado as questões políticas e religiosas. Na matemática ele criou os logaritmos ao procurar uma relação entre duas sucessões de números, uma com progressão aritmética e outra com progressão geométrica, e conseguiu representar essa relação por meio de uma relação entre expoentes. Fez ainda contribuições na geometria, na trigonometria, na álgebra e na matemática utilizada no comércio. (COSTA, 2018, 15).

No estudo dos logaritmos, que duraram 20 anos, desenvolveu duas obras: no tratado *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* em 1614, descreve as regras dos logaritmos e seu modo de empregá-lo, e na obra *Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio*, publicado após sua morte em 1619, explanava os procedimentos para a construção das tábuas logarítmicas. A descoberta dos logaritmos aconteceu quando Napier procurava uma relação de correspondência entre duas sucessões de números, uma progressão aritmética e uma progressão geométrica; essa relação era representada por meio de uma relação entre expoentes. É muito difícil saber ao certo como ocorreu seu desenvolvimento em relação à Matemática, mas pode-se afirmar que Napier empenhou-se em vários trabalhos ligados à área durante sua vida, publicando diversos estudos científicos e livros. Um desses trabalhos versava sobre aritmética e álgebra, e foi reescrito por seu filho Robert, após sua morte. Neste trabalho, Napier investigava raízes imaginárias de equações. Acredita-se que seus estudos relacionados a logaritmos tenham iniciado em 1590, ao publicar dois trabalhos escritos em latim, conhecidos como *Descriptio* e *Constructio*. Em *Descriptio* havia tabelas logarítmicas e relatos sobre a natureza e utilização das mesmas. Em *Construtio* havia uma explicação detalhada da forma como essas mesmas tabelas foram calculadas e o raciocínio existente por trás da construção das tabelas.

Em *Descriptio*, Napier afirmava que não existe nada mais desgastante e complicado na Matemática do que realizar multiplicações, divisões e extrações de raízes de números enormes. Afirmava também que, a partir das tabelas desenvolvidas por ele seria muito mais fácil e ágil o cálculo, diminuindo assim o tempo gasto e os possíveis erros cometidos durante suas resoluções. As tabelas de logaritmos ficaram conhecidas como cânone (porque eram logaritmos dispostos em uma lista que seguiam uma regra padrão). Apesar da possibilidade de erros existentes no cânone, os cálculos estavam consideravelmente corretos e foram a base, durante muitos anos, para construção de outras tabelas logarítmicas. O cânone foi individualmente publicado em 1614 e teve grande reconhecimento por parte dos intelectuais e matemáticos da época, chamando a atenção de Henry Briggs, professor de geometria no Gresham College, em Londres. Briggs se entusiasmou tanto com o trabalho de Napier que decidiu visitá-lo para conversar a respeito, levando sugestões de melhoria para o trabalho (COSTA, 2018).

Figura 4: *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* e *Rabdologiae* de Napier.



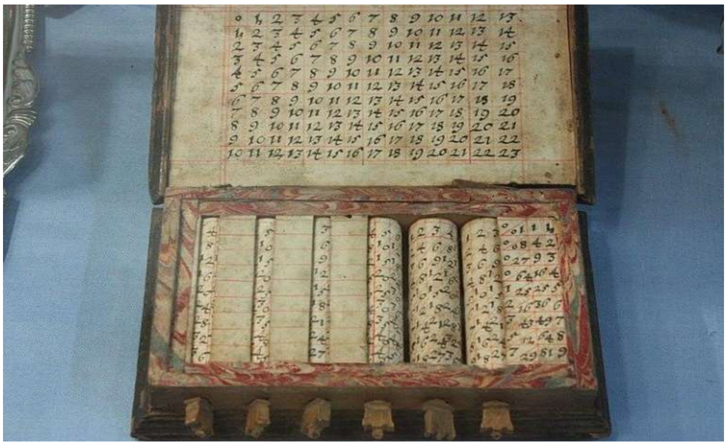
LOGARITHMORVM
CANONIS DESCRIPTIO,
SEV
ARITHMETICARVM SVPPVTATIONVM
MIRABILIS ABBREVIATIO.
Eiusque vsus in vtraque Trigonometria vt etiam in omni Logistica Mathematica, amplissimi, facillimi & expeditissimi explicatio.
Authore ac Inuentore IOANNE NEPERO, Barone Merchistonij, &c. SCOTO.
LVGDVNI,
Apud Barth. Vincentium.
M. DC. XX.
Cum Priuilegio Cæsar. Majest. & Christ. Galliarum Regis.

RABDOLOGIÆ,
SEV NVMERATIONIS
PER VIRGULAS
LIBRI DVO:
Cum Appendice de expeditissimo Multiplicationis Promptuario.
Quibus accessit & Arithmeticæ Localis Liber vnus.
Authore & Inventore Ioanne Nepero, Barone Merchistonii, &c. Scoto.
EDINBVRGI,
Excudebat Andreas Hart, 1617.

Fonte: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Bookpages/Napier1.gif

Os instrumentos matemáticos existentes na época focavam na aplicação dos conceitos matemáticos sem se descuidarem dos aspectos formais. Assim, o tratado *Rabdologiae* publicado em 1617 é uma das obras que se enquadra nesses aspectos, ao mobilizar conceitos matemáticos para instrumentos que auxiliavam nos cálculos aritméticos. Neste trabalho, ele descreveu um método de multiplicação que usava, basicamente, nove barras marcadas com números: uma para cada dígito de 1 a 9. Essas barras, comumente chamadas de Barras de Napier, às vezes eram feitas de marfim e pareciam ossos e, portanto, ficaram também conhecidas como "Ossos de Napier", a qual será aprofundada mais adiante. Napier morreu em Edimburgo em 4 de abril de 1617, aos 67 anos de ataque cardíaco.

Figura 5: Barras de numeração conhecida como "Ossos de Napier".



Fonte: https://maestrovirtuale.com/john-napier-biografia-contribuicoes-e-obras/

Napier conseguiu inventar um dispositivo matemático de operação manual (barras de numeração), mais conhecido como “ossos de Napier”, que oferecia meios mecânicos para facilitar o cálculo matemático. O objeto contém tabelas de multiplicação agregada nas barras, para que a multiplicação possa ser reduzida a adição e divisão por subtração, facilitando assim o trabalho.

Eram amplas as dificuldades de calcular números muito grandes e se buscava métodos mecânicos para se realizar o processo, a invenção de John Napier atingiu muita fama, o processo é semelhante ao método hinduísta (descrito no Capítulo 2).

CAPÍTULO 2 – DESCRIÇÃO DE ALGUNS MÉTODOS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO ANTIGOS

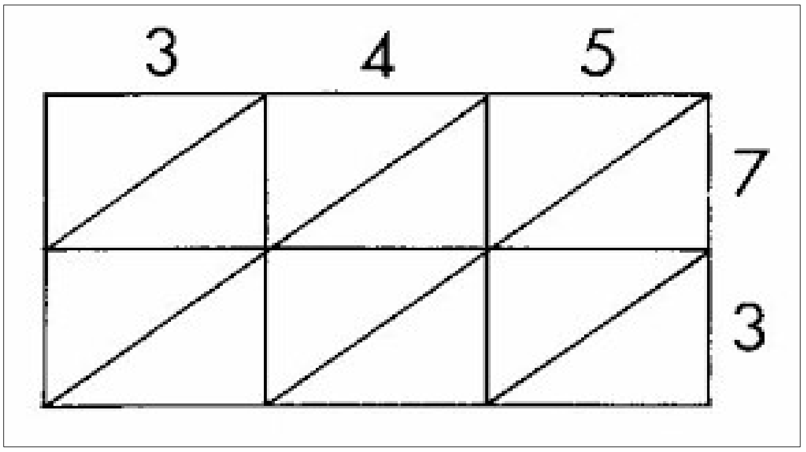
Neste capítulo é descrito passo a passo o desenvolvimento dos métodos de multiplicação e divisão das civilizações Hinduísta, Egípcia, Chinesa e as Barras de Napier.

2.1 MULTIPLICAÇÃO HINDUISTA

A Matemática hinduísta exerceu considerável influência em todo o mundo. Sua multiplicação desenvolveu-se através do processo denominado "*Quadriculagem Gelosiana*" (Figura 6), considerada o mais popular método de multiplicação longa. Segundo Boyer (2012, p.148) "Os indianos desenvolveram uma maneira de multiplicação em gelosia, em célula, grade ou quadrilateral". Uma das contribuições mais importante da Matemática hinduísta é, possivelmente, o nosso sistema decimal e posicional de números, o qual implica na introdução de um sinal para o zero. "A adição e a multiplicação eram efetuadas na Índia de modo muito semelhante ao que usamos hoje, só que os indianos parecem inicialmente ter preferido escrever os números com as unidades menores à esquerda, portanto trabalhar da esquerda para a direita". (BOYER, 2012, p. 156). Para o processo de efetuar a operação os hinduístas desenvolveram um método que posteriormente, foi levado para a Europa pelos árabes que utilizavam tábuas quadriculadas. Existe uma variedade de nomenclatura para designá-los: Multiplicação em Reticulado; Multiplicação em Gelosia; Célula em Grade ou Quadrilateral.

Observa-se a seguir esse processo multiplicativo, elaborado por diagramas quadriculados cortados por diagonais, utilizados para efetuar a multiplicação entre números decimais os quais se assemelham com o algoritmo estudado atualmente. Esse método foi defendido também pelos árabes na Europa Ocidental.

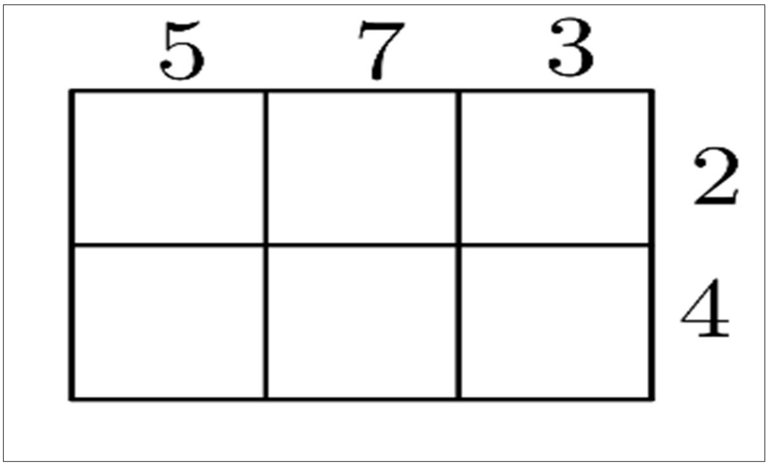
Figura 6: Exemplo de Quadriculagem Gelosiana.



Fonte: Acervo do Autor

Na figura abaixo segue o exemplo, multiplicar 573 por 24, o multiplicando 573 é formado por três algarismos e o multiplicador, 24, por dois. Para montar a grade estabelece-se a quantidade de quadrados a quantidade de algarismos do multiplicando e também faz o mesmo procedimento para o multiplicador (Figura 7).

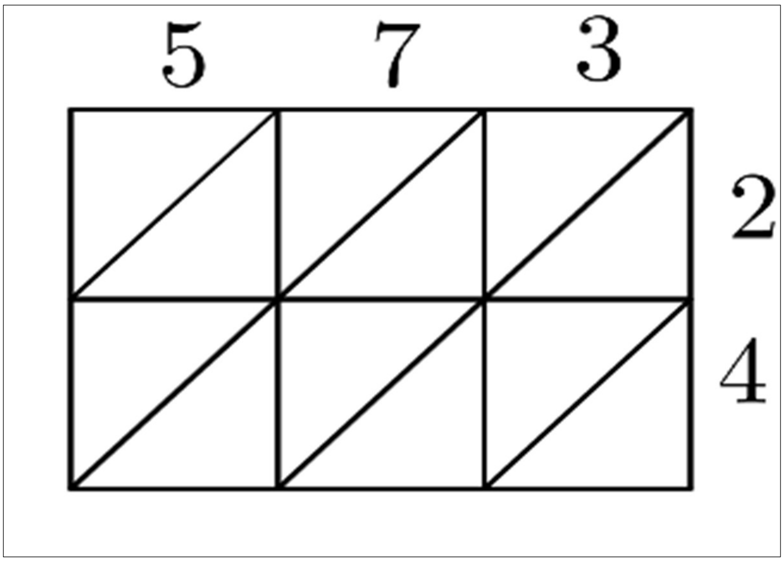
Figura 7: Ilustração multiplicativa hinduísta.



Fonte: Acervo do Autor.

O multiplicando é colocado em cima e o multiplicador do lado direito da grade. A seguir é traçado a diagonal de cada quadrado como na Figura 8.

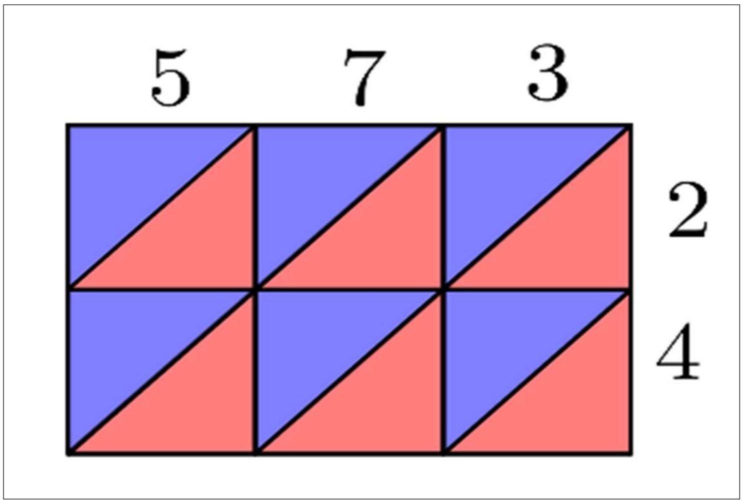
Figura 8: Ilustração multiplicativa hinduísta.



Fonte: Acervo do Autor.

Depois de traçado a diagonal de cada quadrado inicia-se a multiplicação de cada algarismo do multiplicador com os algarismos do multiplicando. De maneira que a unidade fique nas células pintada em vermelho e a dezena nas células em azul, conforme a Figura 9.

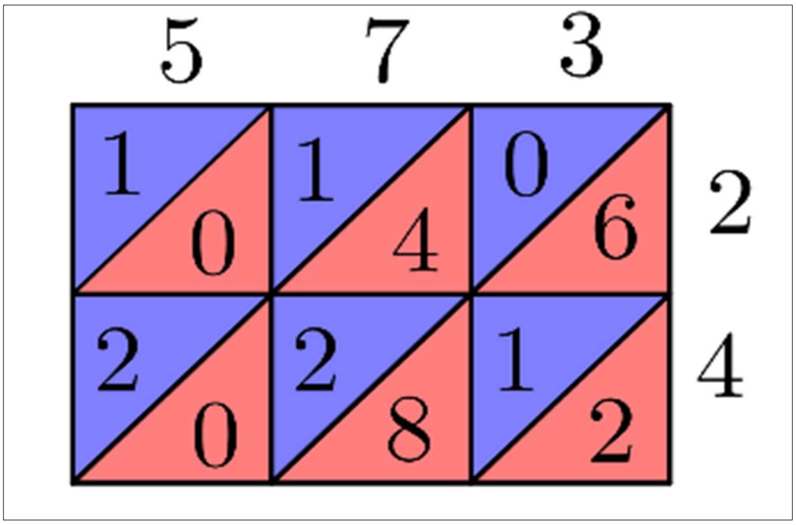
Figura 9: Representação multiplicativa hinduísta.



Fonte: Acervo do Autor.

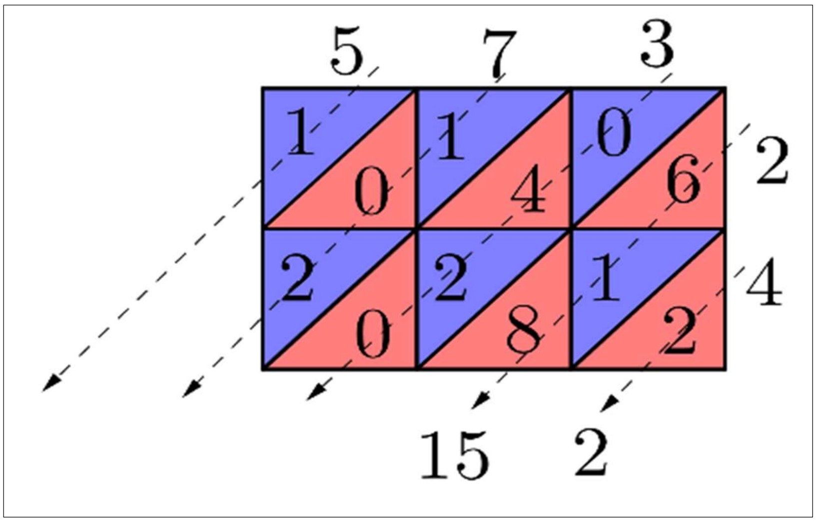
Realizada a multiplicação dos algarismos como exemplificada na Figura 10, procede-se a soma das diagonais, iniciando de baixo para cima do lado direito da Gelosia como ilustrado na Figura 11.

Figura 10: Representação multiplicativa hinduísta.



Fonte: Acervo do Autor.

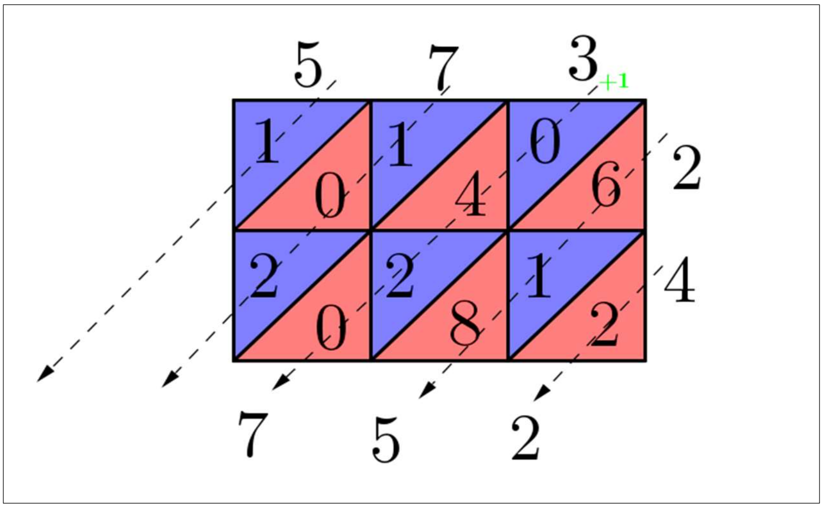
Figura 11: Ilustração multiplicativa hinduísta.



Fonte: Acervo do Autor.

Observa-se que a soma da segunda diagonal (Figura 11) obteve o valor 15, para isso, mantem-se a unidade, e a dezena 1, será somada aos algarismos da próxima diagonal como ilustrada a Figura 12.

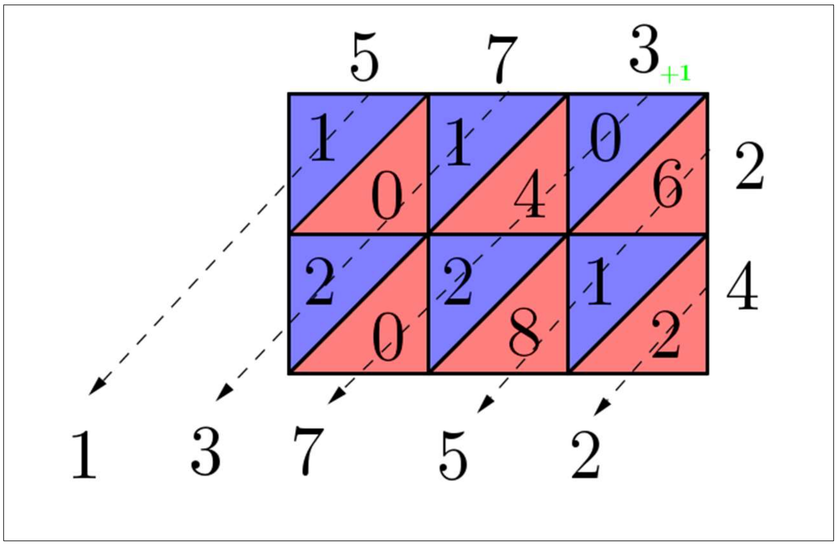
Figura 12: Representação multiplicativa hinduísta.



Fonte: Acervo do Autor.

Realizado a soma de todas as diagonais, o produto de 573 por 24 é 13752 como ilustrado na Figura 13.

Figura 13: Representação multiplicativa hinduísta.



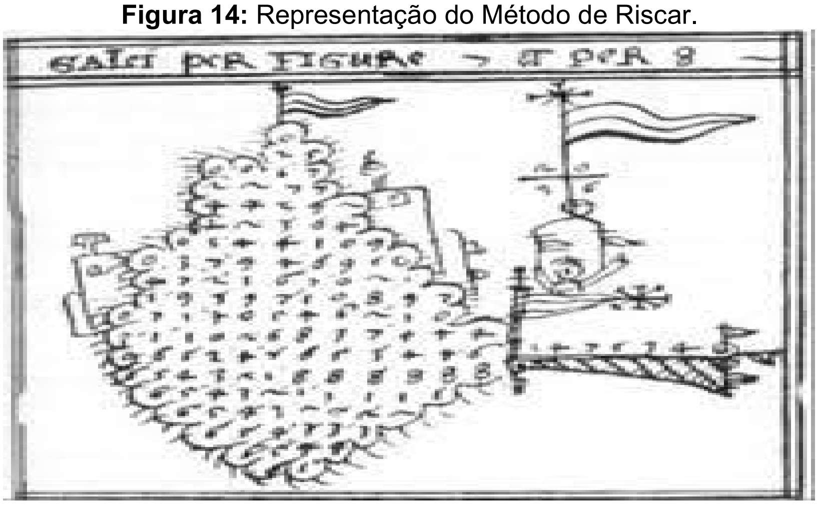
Fonte: Acervo do Autor.

O método hindu de multiplicação revela a simplicidade de aplicação e assimilação tanto para professores quanto alunos.

2.2 A DIVISÃO HINDUÍSTA

De acordo com Boyer (2012), este método foi usado na Índia desde o século XII e passou depois à Arábia e em seguida à Itália, nos séculos XIV e XV. Trata-se de um processo de divisão conhecido como o método de Riscar ou método do Galeão, por analogia com o formato do antigo navio assim denominado. Representado pela Figura 14.

Figura 14: Representação do Método de Riscar.

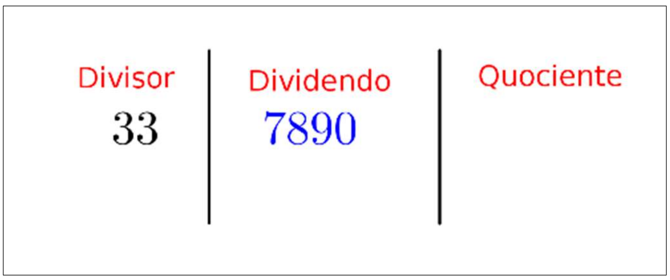


Fonte: Boyer (2012).

Para ilustrar essa forma de calcular, pode-se observar a divisão de 7890 por 33. Nela, o dividendo aparece no meio e as subtrações são efetuadas cancelando os algarismos e colocando as diferenças acima do dividendo. Já o resto é o que fica sem riscar.

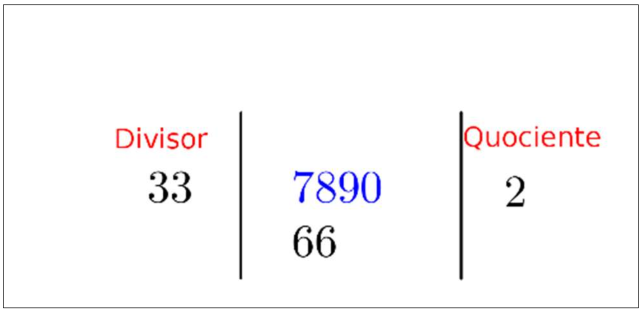
Para entender o método Galeão, segue o passo a passo, as etapas da divisão de 7890 por 33. Inicialmente a divisão é realizada da esquerda para a direita dos algarismos do dividendo. O dividendo é colocado no meio e o divisor à esquerda como na Figura 15.

Figura 15: Ilustração da divisão hinduísta



Fonte: Acervo do Autor

Figura 16: Ilustração da divisão hinduísta.

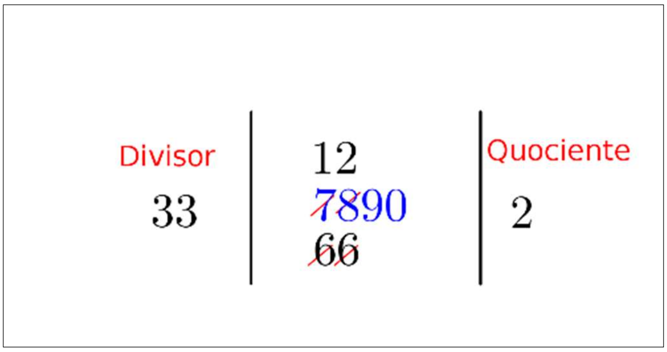


Fonte: Acervo do Autor.

No exemplo, 78 dividido por 33 é igual a 2. O quociente é posicionado do lado direto do dividendo. Em seguida, coloca-se o produto do quociente pelo divisor, $2 \times 33 = 66$, abaixo do número 78, na referida ordem como ilustrado na Figura 16.

Logo após, efetua-se a subtração de 78 por 66, o resto é posicionado acima do número 78. Quando é efetuado esse processo riscam-se os algarismos que foram subtraídos (Figura 17).

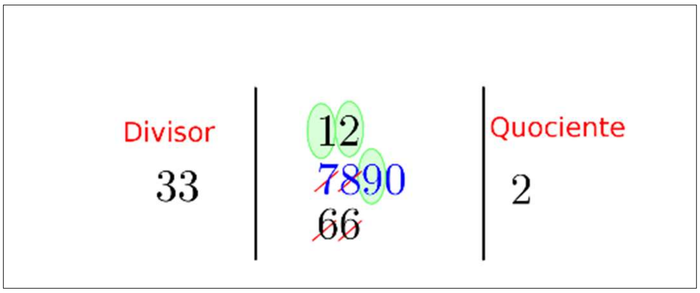
Figura 17: Ilustração da divisão hinduísta.



Fonte: Acervo do Autor.

Como o número 33 não é um divisor inteiro de 12 (33 não divide 12), então, toma-se o número 129 que é divisível por 33 como ilustrado na Figura 18.

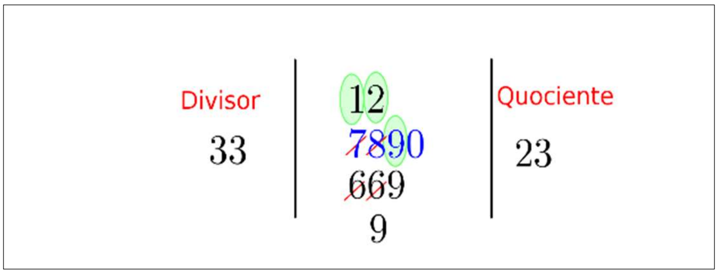
Figura 18: Representação da divisão hinduísta.



Fonte: Acervo do Autor.

Ao dividir 129 por 33, obtém-se quociente 3. O produto de 3 por 33 é 99, que é colocado abaixo do número 129, na devida ordem como ilustrado na Figura 19.

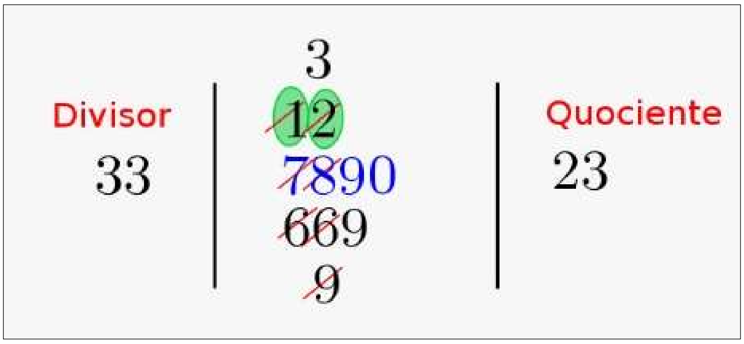
Figura 19: Ilustração da divisão hinduísta.



Fonte: Acervo do Autor.

Observando que o número 99 é posicionado nos lugares vagos.

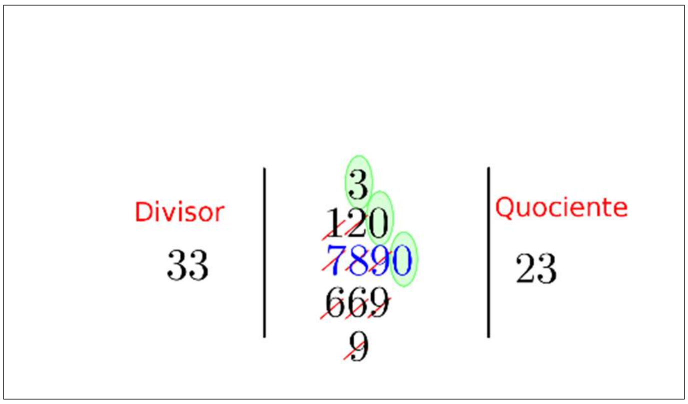
Figura 20: Ilustração da divisão hinduísta.



Fonte: Acervo do Autor.

Realizada a subtração de 129 por 99 (sempre da esquerda para a direita), observa-se que de 2 não é possível retirar 9, por esse motivo o algarismo 1 é riscado, resultando o número 12 que é possível ser subtraído 9 (Figura 20), dando resto 3; e de 9 tirando 9, o resto é 0. E, portanto, resto da subtração de 129 por 99 é 30 (Figura 21).

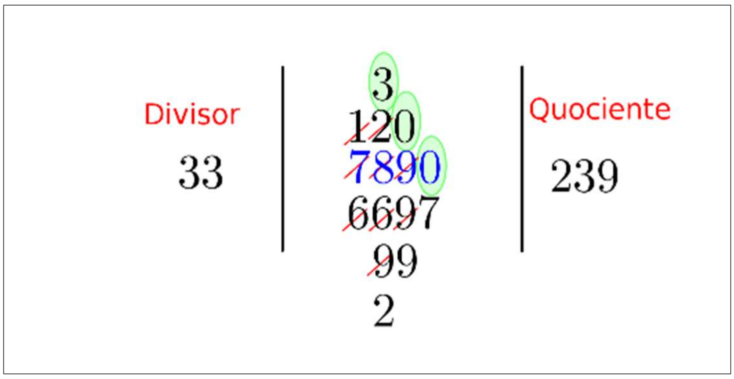
Figura 21: Representação da divisão hinduísta.



Fonte: Acervo do Autor.

Como três algarismos não foram riscados totalizando o número 300 (Figura 22). E novamente, fazendo 300 dividido por 33, o quociente obtido é 9. O produto de 9 por 33 é 297. O número 297 é posicionado abaixo do 300 como ilustrado abaixo.

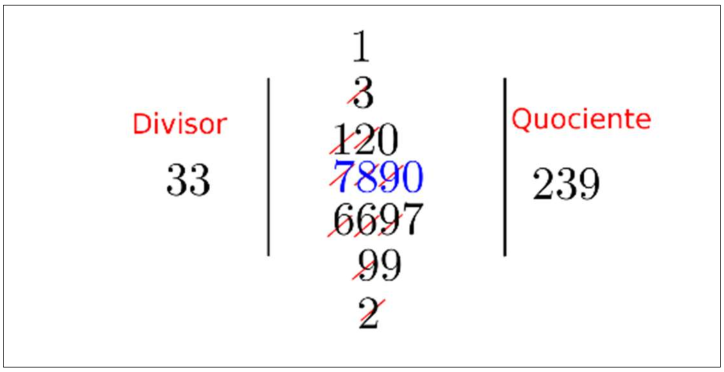
Figura 22: Representação da divisão hinduísta.



Fonte: Acervo do Autor.

A seguir, faz-se novamente a subtração de 300 por 297 (da esquerda para a direta dos algarismos). Ao subtrair 3 por 2 o resto é 1, que é posicionado acima do algarismo 3 (Figura 23).

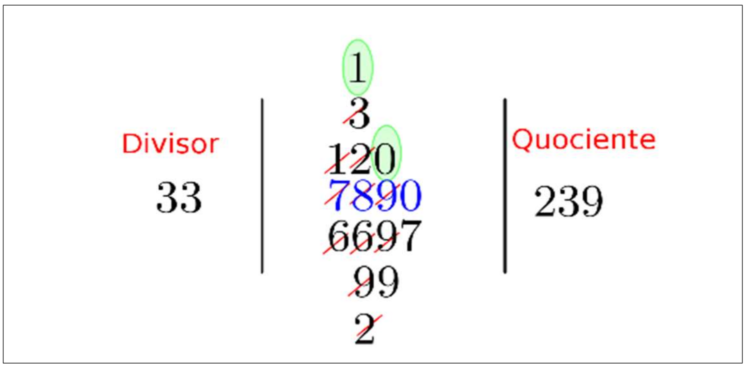
Figura 23: Ilustração da divisão hinduísta.



Fonte: Acervo do Autor.

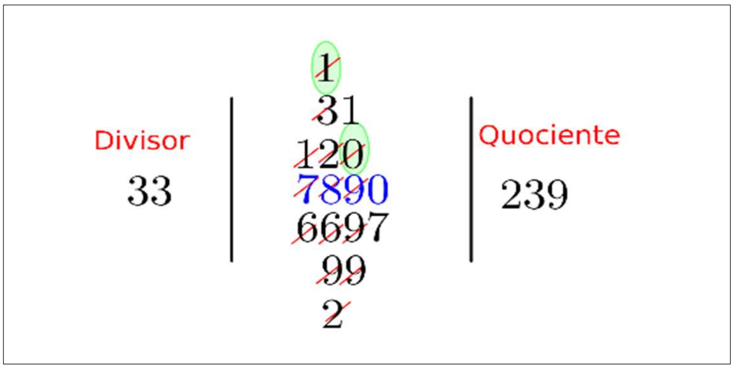
Em seguida calcula-se a diferença de 0 por 9, como não é possível realizar essa subtração, então, risca-se o algarismo 1, que juntando com o 0, forma o número 10 (Figura 24) em seguida é subtraído 9, restando 1 (Figura 25), que é posicionado acima do algarismo 0.

Figura 24: Ilustração da divisão hinduísta.



Fonte: Acervo do Autor

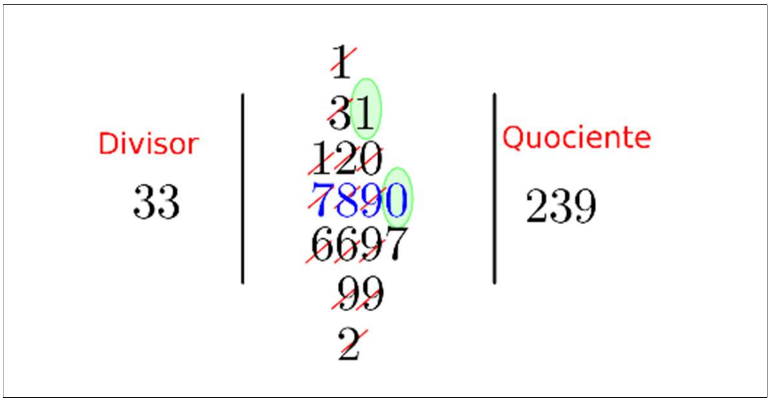
Figura 25: Ilustração da divisão hinduísta.



Fonte: Acervo do Autor.

Logo após, é realizado a diferença de 0 e 7, e mais uma vez, não é possível efetuar a subtração, toma-se o resto da subtração anterior e junta com 0, resultando no número 10 (Figura 26), à medida que esse algarismo é tomado como ‘empréstimo’, é riscado.

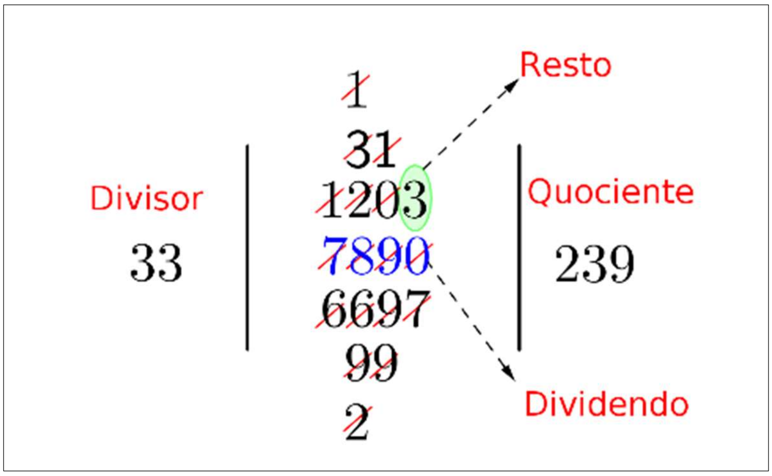
Figura 26: Representação da divisão hinduísta.



Fonte: Acervo do Autor.

Fazendo a subtração de 10 por 7 a diferença é 3, que é posicionada acima do algarismo 0, como ilustrado na Figura 27.

Figura 27: Ilustração da divisão hinduísta.



Fonte: Acervo do Autor.

Como não é mais possível dividir o resto 3 por 33 o algoritmo é finalizado. O algarismo que não foi riscado é o resto da divisão, o quociente fica à direita e, portanto, a divisão de 7890 por 33 tem quociente 239 e resto 3.

Segundo Wall (2014), o método de riscar tem fama de ser mais rápido do que a divisão longa moderna e se crê que tenha saído de uso por falta de impressão.

2.3 O PROCESSO DE MULTIPLICAÇÃO DOS EGÍPCIOS

O processo de multiplicação egípcia contribuiu para a origem da palavra multiplicar que no latim *MULTI* (vários) e *PLICARE* (dobrar), ou seja, significando dobrar várias vezes. Comprovando assim, que os egípcios colaboraram significativamente para o desenvolvimento da Matemática. Como exemplo, cita-se as grandiosas construções das pirâmides, imponente trabalho arquitetônico que se utilizou de muita engenharia e cálculos matemáticos.

A civilização egípcia tinha como principal operação a soma e dela derivavam as outras operações. A multiplicação era efetuada através da *duplicação sucessiva de quantidades*, por meio de duas colunas, uma das quais é um dos fatores do produto que se deseja calcular. Observada no cálculo do produto de 21 por 37. Este produto é efetuado formando-se duas colunas, onde na primeira linha coloca-se à esquerda o número 1 e na direita o 37 (Figura 28). Segundo Eves (2004, p.72) “a multiplicação e a divisão eram em geral efetuadas por uma sucessão de duplicações com base no fato de que todo número pode ser representado por uma soma de potências de 2”.

Figura 28: Processo de multiplicação egípcia.

1	37

Fonte: Acervo do Autor.

Cada linha seguinte do Figura é preenchida com o dobro dos valores da linha anterior (Figura 29). Os valores dos dobros da linha da esquerda não necessitam ultrapassar 21, devendo ser o valor que mais se aproxima. Após dobrar as quantidades das duas colunas, somam-se na coluna da direita os valores correspondentes aos da coluna da esquerda cuja soma é 21, isto é, aqueles marcados com asteriscos (Figura 30). No exemplo, 37 + 148 + 592 = 777. Assim, $21 \times 37 = 777$.

Figura 29: Processo de multiplicação egípcia.

*	1	37
	2	74
*	4	148
	8	296
*	16	592

Fonte: Acervo do Autor.

Esse processo também poderia ser feito mudando a ordem dos fatores (Figura 30).

Figura 30: Processo de multiplicação egípcia.

*	1	21
	2	42
*	4	84
	8	168
	16	336
*	32	672

Fonte: Acervo do Autor.

De maneira análoga, dobrando os números de cada coluna até que o dobro da coluna esquerda não ultrapasse 37, juntando-se os números da esquerda de tal maneira que a soma seja igual a 37. Em seguida somam-se todos os números correspondentes a esses números na coluna da direita, isto é, marcados com asterisco; 21 + 84 + 672 = 777. E, portanto, $37 \times 21 = 777$.

2.4 *DUPLATION E MEDIATION*

É um processo egípcio de multiplicação que evoluiu para uma maneira mais prática de se resolver, através de divisões e multiplicações por 2, além de adições.

Para exemplificar, o produto de 9 por 13.

O fator 9 é colocado à esquerda e o 13 à direita (Figura 31). Em seguida, o número posicionado na coluna esquerda é dividido sucessivamente por 2 e o fator da direita é multiplicado por 2. Esse processo é repetido até que na coluna da esquerda o número seja igual a 1 (Figura 31).

Figura 31: Processo de *Duplation* e *Mediation.*

9	13	*
$4\frac{1}{2}$	26	
2	52	
1	104	*

Fonte: Acervo do Autor.

Na coluna dos dobros somam-se os múltiplos de 13 correspondentes aos números ímpares da coluna das metades indicado com asterisco da Figura 31. Observando que é adotado somente a parte inteira do número, por exemplo, a metade de 9 é $4\frac{1}{2}$, ou seja, o número 4.

A soma de 13 e 104 é o produto de 9 por 13, ou seja, 117.

A multiplicação também poderia ser realizada alterando a ordem dos fatores.

Usando o mesmo método de mear e dobrar, o produto de 13 por 9.

Figura 32: Processo de *Duplation* e *Mediation.*

13	9	*
$6\frac{1}{2}$	18	
3	36	*
$1\frac{1}{2}$	72	*

Fonte: Autor.

Somando os múltiplos de 9 correspondentes aos números ímpares da coluna das metades; assim, 9, 36 e 72 para obter o produto, 117, desejado (Figura 32).

Esse método tem o emolumento de apenas conhecer a tabuada do 2.

No livro Introdução à História da Matemática de Howard Eves; tradução de Hygino Domingues (2004) descreve o método e instiga o leitor a provar que o método *Duplation* e *Mediation* de multiplicação fornece sempre resultados corretos.

Para demonstração adota-se um número a natural, a expansão binária do número decorre da divisão euclidiana sucessiva, ou seja, a divisão de a por 2 tem o quociente q_0, segue da divisão de q_0 por 2 o quociente q_1 etc. Se a é ímpar, então $r_0 = 1$, caso contrário, $r_0 = 0$. Em geral, $r_{n+1} = 1$ se q_n é ímpar, e $r_{n+1} = 0$, caso contrário. Segue que:

$$
\begin{aligned}
a &= q_0 \cdot 2 + r_0 \\
q_0 &= q_1 \cdot 2 + r_1 \\
q_1 &= q_2 \cdot 2 + r_2 \\
&\vdots \\
q_{n-1} &= q_n \cdot 2 + r_n \\
q_n &= q_{n+1} \cdot 2 + r_{n+1}
\end{aligned}
$$

A expansão do número a como soma de potências de 2:

$a = r_0.2^0 + r_1.2^1 + r_2.2^2 + \cdots + r_n.2^n$, onde r_n são os restos, com $0 \leq r_n < 2$.

Observando que o índice do resto, r_0, é o mesmo do expoente do número 2, 2^0, em cada parcela até o último termo $r_n.2^n$.

Ao multiplicar a por b, b natural, como cada r_n é zero ou um. Vem que:

$$ab = r_0 2^0 b + r_1 2^1 b + \cdots + r_n 2^n b.$$

Escrevendo duas colunas de números, uma ao lado da outra, colocando-se na coluna da esquerda os números $a, q_1, q_2, \ldots, q_{n-1}(= 1)$, posicionado em cada linha, e na coluna da direita, os números $b, 2b, 4b, \ldots, 2^n b$, também um em cada linha. (HEFEZ, 2016).

$$\begin{array}{cc} a & b \\ q_0 & 2b \\ q_1 & 4b \\ \vdots & \vdots \\ q_{n-1} & 2^n b \end{array}$$

Analisando que o número de cada linha da coluna esquerda pode ser par ou ímpar, o produto de a por b será a soma dos termos correspondentes aos números ímpares.

Para exemplificar, o produto de 62 por 35.

Por conveniência, a expansão binária de 35 decorrido pela divisão euclidiana sucessiva é:

$$35 = 17 \times 2 + 1$$
$$17 = 8 \times 2 + 1$$
$$8 = 4 \times 2 + 0$$
$$4 = 2 \times 2 + 0$$
$$2 = 1 \times 2 + 0$$
$$1 = 0 \times 2 + 1$$

Portanto, a expansão binária de $35 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5$

Ao multiplicar por 62, o produto será:

$35 \times 62 = 1 \times 2^0 \times 62 + 1 \times 2^1 \times 62 + 0 \times 2^2 \times 62 + 0 \times 2^3 \times 62 + 0 \times 2^4 \times 62 + 1 \times 2^5 \times 62$

$35 \times 62 = 1 \times 62 + 2 \times 62 + 0 + 0 + 0 + 32 \times 62$

$35 \times 62 = 62 + 124 + 1984$

$35 \times 62 = 2170$

O que justifica o método de multiplicação desenvolvido pelos egípcios e adotado por muitos povos, uma maneira prática de se multiplicar, que envolve apenas conhecer a multiplicação e divisão por 2 e soma.

Agora, utilizando o método de Mear e Duplicar o produto de 35 por 62.

$[1]^*$	35	62	$+$
$[1]^*$	17	124	$+$
$[0]^*$	8	248	
$[0]^*$	4	496	
$[0]^*$	2	992	
$[1]^*$	1	1984	$+$

Para determinar o produto, basta somar os múltiplos de 62 correspondentes aos números ímpares da coluna esquerda.

Portanto, $35 \times 62 = 62 + 124 + 1984 = 2170$

Este método tem grande vantagem, pois é necessário o aluno apenas dividir e multiplicar por dois, além disso, o método descreve o número 35 na base 2, $35 = [110001]_2{}^*$, correspondente ao resto da divisão por 2 de cada número da linha da coluna esquerda.

2.5 DIVISÃO EGÍPCIA

Encontrada no Iraque, a peça arqueológica chamada Tabuleta Suméria de Suruppak datada de 2.650 a.C. que apresenta a ideia de divisão em partes iguais. Segundo estudiosos, trata-se do registro de divisão onde é “(...) feita a menção a um dividendo, a um divisor, a um quociente e mesmo a um resto de uma espantosa precisão para época.” (IFRAH, 2005, p. 244). No processo de divisão egípcio, utilizou-se também a “duplicação”. O divisor é dobrado sucessivamente. Exemplificando, dividir 273 por 8.

Formando duas colunas com os números 1 e 8. O número 1 é posicionado na coluna da esquerda e o divisor 8 na direita. A seguir duplicam-se cada um dos elementos da coluna (Figura 33), até que a soma dos números da coluna da direita seja 273 ou próximo desse valor.

Figura 33: Procedimentos utilizados para o desenvolvimento da divisão egípcia.

1	8	
2	16	*
4	32	
8	64	
16	128	
32	256	*

Fonte: Acervo do autor.

Os números marcados com asterisco na coluna da direita somam 272 e falta 1 para chegar a 273, então, faz-se a redução à metade como ilustrado na Figura 34.

Figura 34: Procedimentos utilizados para o desenvolvimento da divisão egípcia.

1	8	
2	16	*
4	32	
8	64	
16	128	
32	256	*
$\frac{1}{2}$	4	
$\frac{1}{4}$	2	
$\frac{1}{8}$	1	*

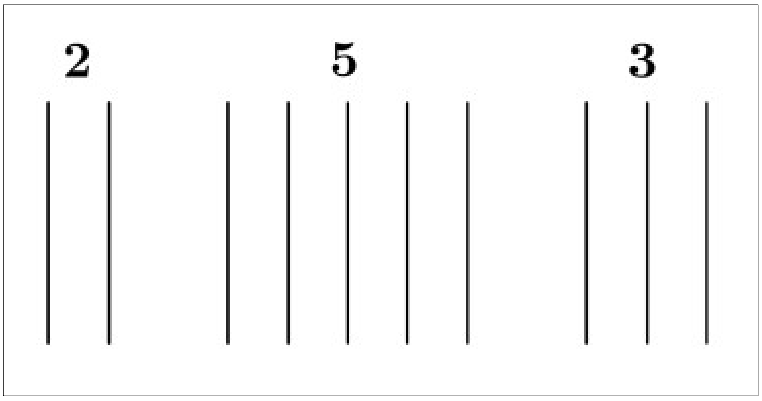
Fonte: Acervo do Autor.

Reduzida à metade até que os números da coluna direita somem 273. E, portanto, os números correspondentes aos números da coluna à direita, marcados com asterisco, são o quociente da divisão. A redução à metade determina o resto da divisão. Portanto, a divisão de 273 por 8 é a soma dos números correspondentes aos múltiplos de 8 da coluna esquerda que totalizam 273, marcados com asteriscos, que são: 2, 32 e $\frac{1}{8}$, logo, $34\frac{1}{8}$.

2.6 MULTIPLICAÇÃO CHINESA ANTIGA

A civilização chinesa, desenvolvida há cerca de 3.000 a.C., ao longo das margens dos rios Yang – Tze e Amarelo contribuiu com muitos documentos matemáticos para a base dos conhecimentos atuais. De início o método chinês de multiplicação está relacionado a uma visão geométrica, pois a operação é realizada por varetas de bambu, aqui representadas por segmentos de retas. O número de varetas está relacionado ao valor numérico de cada algarismo, o posicionamento dever ser feito optando-se em linhas verticais ou horizontais de tal maneira que, as varetas representadas pelo multiplicando devem ser contrárias ao do multiplicador, vice e versa.

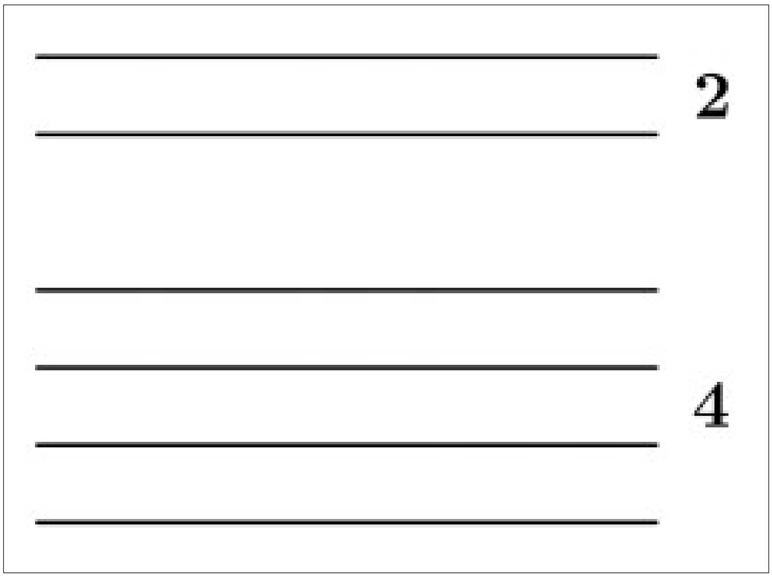
Figura 35: Varetas de bambu representando o multiplicando.



Fonte: Acervo do Autor.

Como exemplo, o número 253 está sendo representado por varetas na posição vertical (Figura 35). Por outro lado, o número 24 está sendo representado por vareta na horizontal (Figura 36).

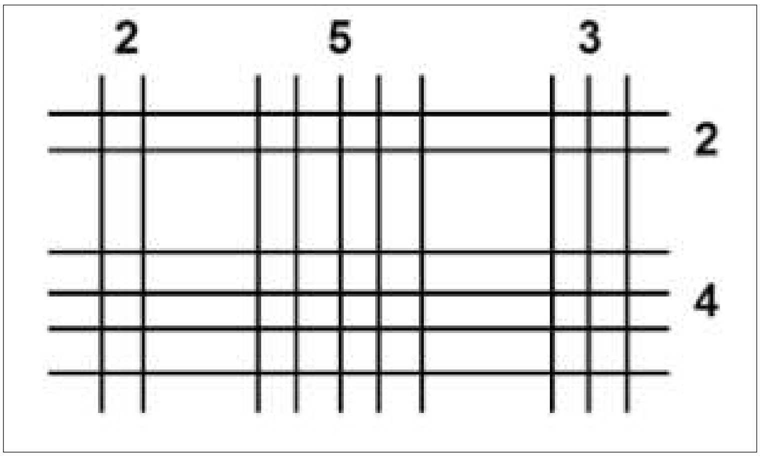
Figura 36: Varetas de bambu representando o multiplicador.



Fonte: Acervo do Autor.

O produto de 253 por 24 pode ser realizado fazendo a junção das varetas na devida posição como ilustrado na Figura 37.

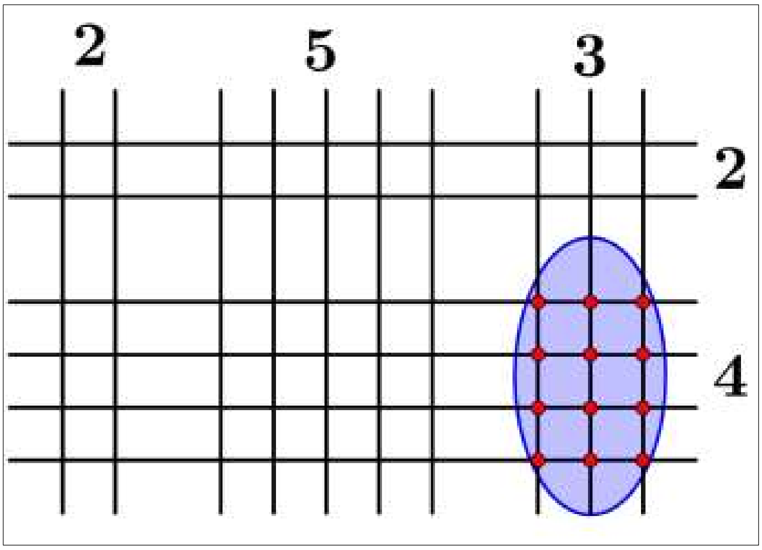
Figura 37: Intersecção das varetas de bambu.



Fonte: Acervo do Autor.

Para se determinar o produto, o algoritmo é realizado de maneira semelhante ao usado atualmente, inicialmente conta-se os pontos de intersecção de cada vareta iniciando pelo canto inferior direito, correspondente a multiplicação das unidades do multiplicando e do multiplicador, o produto 3×4 é calculado somando-se os pontos da intersecção das varetas como ilustrado na Figura 38.

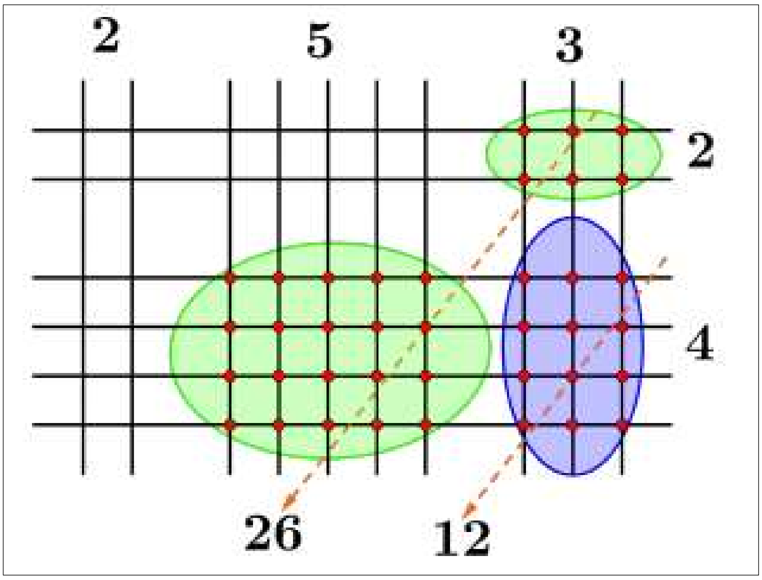
Figura 38: Procedimento utilizados para a multiplicação chinesa.



Fonte: Acervo do Autor.

Em seguida, é somado a intersecção dos produtos das dezenas pela unidade, 2×3 e 5×4, o produto é a soma dos pontos da intersecção na segunda diagonal como ilustrado na Figura 39.

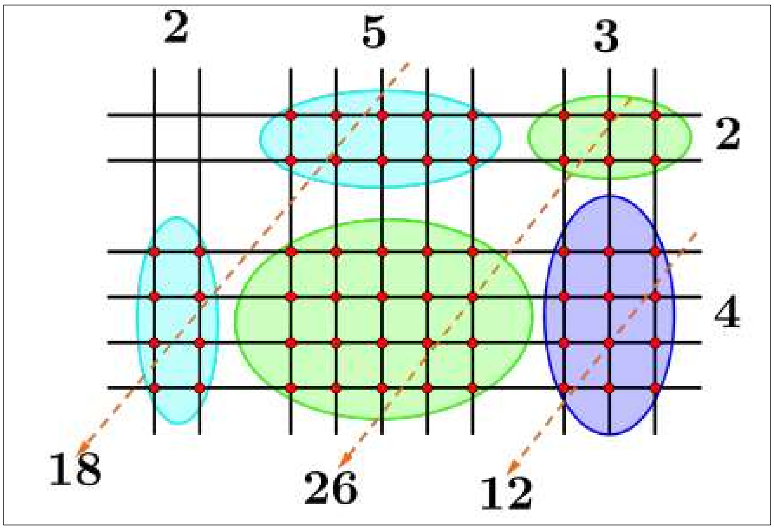
Figura 39: Procedimento utilizados para a multiplicação chinesa.



Fonte: Acervo do Autor.

Agora, é realizado a multiplicação da dezena 5 pela dezena 2, o produto é dez centenas, ou seja, um milhar que será somada ao produto de 2 centenas e 4 unidades. Para isso, basta somar os pontos da intersecção da terceira diagonal, como ilustrado na Figura 40.

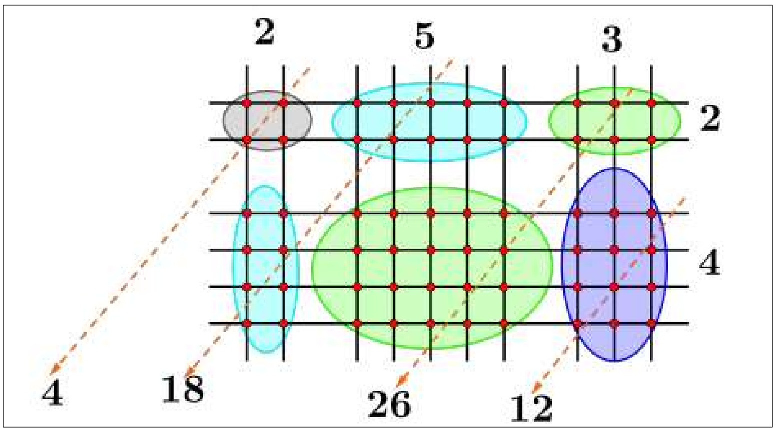
Figura 40: Procedimento utilizados para a multiplicação chinesa



Fonte: Acervo do Autor.

Por fim, calcula-se o produto de duas centenas por duas dezenas, formando quatro unidade de milhar, pelo algoritmo chinês basta somar os pontos de intersecção da última diagonal, formado por 4 pontos como ilustrado na figura 41.

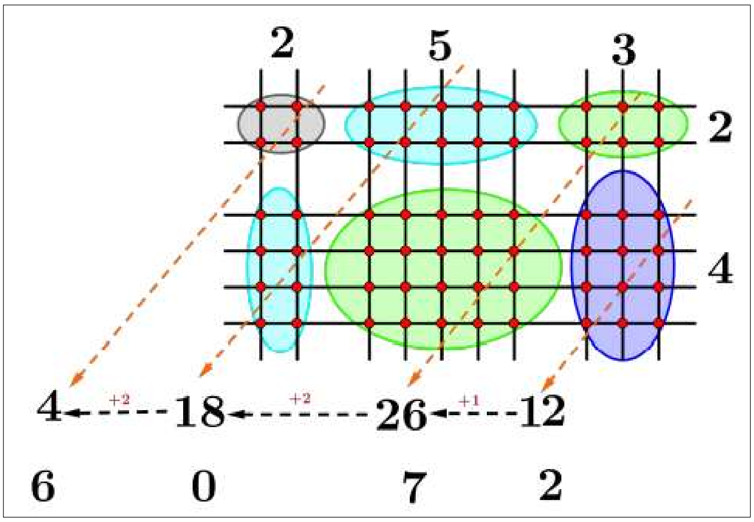
Figura 41: Procedimento utilizados para a multiplicação chinesa



Fonte: Acervo do Autor

Observando que ao somar os pontos de cada diagonal, alguns valores ultrapassaram uma dezena. A dezena é somada ao valor da próxima diagonal como representado na Figura 42.

Figura 42: Procedimento utilizados para a multiplicação chinesa.



Fonte: Acervo do Autor.

Portanto, o produto de 253 por 24 é igual a 6072.

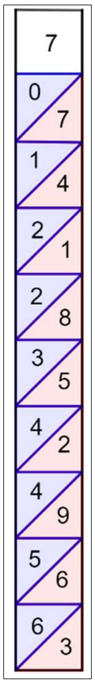
No estudo da História da Matemática muitos outros povos desenvolveram métodos de multiplicação e divisão, devido as necessidades do cotidiano. Com a expansão do comércio entre povos e a circulação de mercadorias, as formas de cálculos e os métodos também foram se difundindo entre os povos possibilitando a sua divulgação. Com o desenvolvimento do comércio houve também a necessidade, a cada dia, de acelerar os processos de cálculos e cada vez mais se exigia contas de valores altos e uma maneira mais prática de resolver problemas. E uma das criações mais relevantes do século XVII foram as tábuas de logaritmos e as barras de calcular de John Napier.

2.7 BARRAS DE NAPIER

No século XVII as dificuldades de multiplicar números grandes eram imensas. “Eram tão amplas as dificuldades experimentadas na multiplicação de números grandes que se buscaram métodos mecânicos para levar a cabo o processo” (EVES, 2004, p.369). Sendo assim, o matemático John Napier (1550 – 1617) desenvolveu um método conhecido como *Barras* ou *Ossos de Napier*, cujo trabalho foi publicado em 1617 com o título denominado*, Robdologie*, atingindo fama devido sua simplicidade para aquela época.

Tal método assemelha-se ao método hinduísta, das gelosias, porém, o processo era realizado em tiras de ossos, metal, barras de madeira ou cartão preparado antecipadamente. Para a construção, cada barra é dividida em 10 quadrados, nos quais, é traçado a diagonal do canto superior direito até o inferior esquerdo de cada quadrado, com exceção do dígito encabeçado na barra. Para cada tira faz-se o múltiplo desse dígito, onde, o algarismo das unidades é posicionado no triângulo em vermelho e a dezena, no azul (Figura 43).

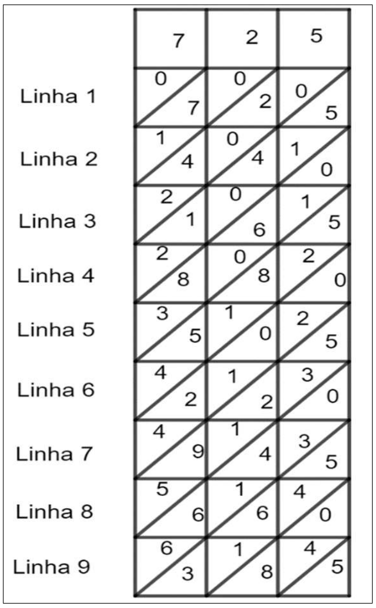
Figura 43: Representação da Barra de Napier do dígito 7.



Fonte: Acervo do Autor.

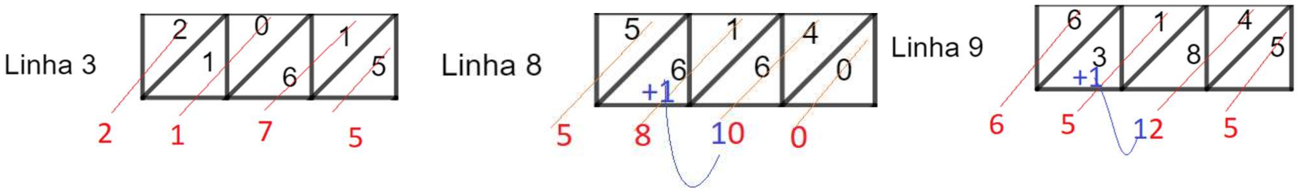
Para multiplicar o número 725 por 389, coloca-se as tiras do multiplicando encabeçadas por 7, 2, 5 lado a lado (Figura 44). Agora é realizado a multiplicação de cada dígito do multiplicador pelo multiplicando 725, assim, os resultados da multiplicação de 725 pelo 3, pelo 8 e pelo 9, são respectivamente, 2175, 5800 e 6525 podem ser determinados fazendo a soma das diagonais de pelo menos dois dígitos (Figura 45).

Figura 44: As barras 7, 2 e 5 posicionados lado a lado representando o multiplicando.



Fonte: Acervo do Autor.

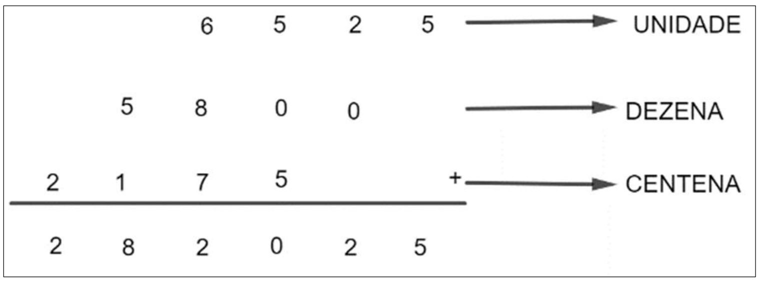
Figura 45: Soma dos dígitos das linhas 3, 8 e 9.



Fonte: Acervo do Autor.

Ao somar os dígitos da diagonal observa-se que algumas somas são iguais ou ultrapassaram o valor de uma dezena, neste caso, mantém-se a unidade e o dígito da dezena é somado a próxima diagonal. O produto final é realizado através da soma dos três valores na devida posição como ilustrado abaixo (Figura 46).

Figura 46: Soma das parcelas.



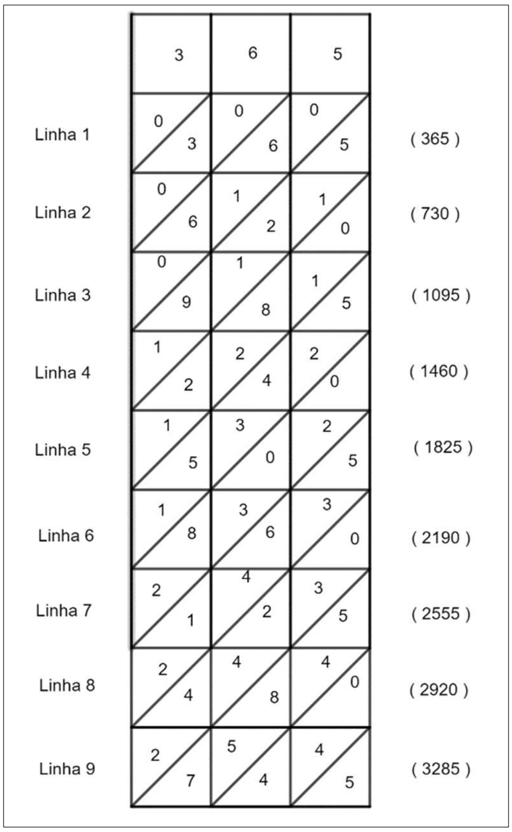
Fonte: Acervo do Autor.

Portanto, o produto de 725 por 389 é 282025.

A divisão usando as Barras de Napier é realizada fazendo-se a operação de multiplicação de cada linha do divisor, como exemplo, a divisão de 97648 por 365.

Para início, junta-se as barras encabeçadas pelo 3, 6 e 5, os dígitos do divisor 365, em seguida, calcula-se o produto de cada linha, somando-se as diagonais. O produto é escrito à direita (Figura 47).

Figura 47: As barras 3, 6 e 5 posicionadas lado a lado representando o divisor.

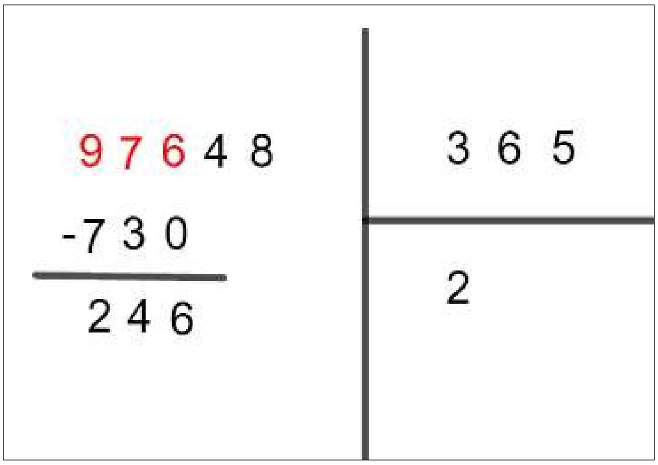


Fonte: Acervo do Autor.

O processo de divisão será realizado como atualmente. Seleciona-se no dividendo o menor número formado pelos algarismos (da direita para esquerda) que pode ser maior ou igual ao divisor, 365, no caso 976.

A seguir, procura-se nas barras o múltiplo de 365 que não ultrapassa 976, no caso é o número 730 localizado na 2ª linha e, assim sendo, o número 2 será o primeiro algarismo do quociente.

Figura 48: Algoritmo usual da divisão.

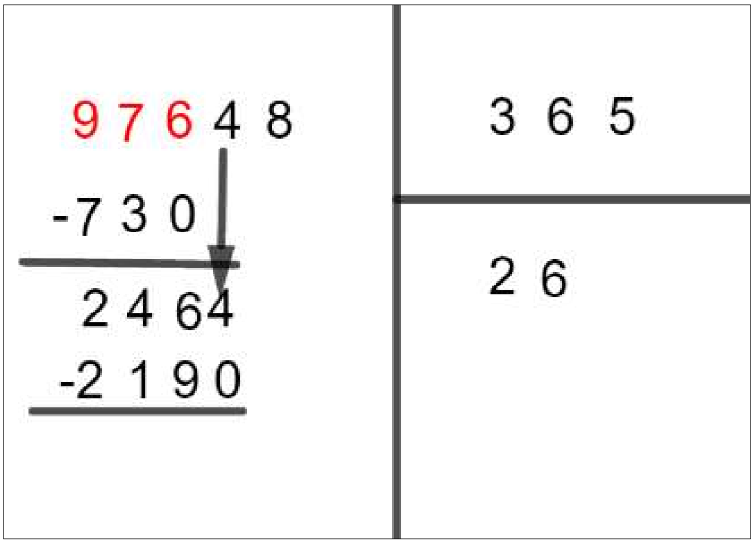


Fonte: Acervo do Autor

Fazendo a subtração de 976 por 730 o resto é 246, anotado abaixo (Figura 48). Como não é possível fazer a divisão de 246 por 365, baixa-se o próximo algarismo ao lado do resto, ou seja, o número 4 é posicionado ao lado direito de 246, fazendo 2464.

Novamente, seguindo o processo, observando a linha que mais se aproxima e não ultrapassa o número 2464 é a linha 6 e, deste modo, o 6 é o próximo algarismo do quociente, posicionado do lado direito de 2 (Figura 49).

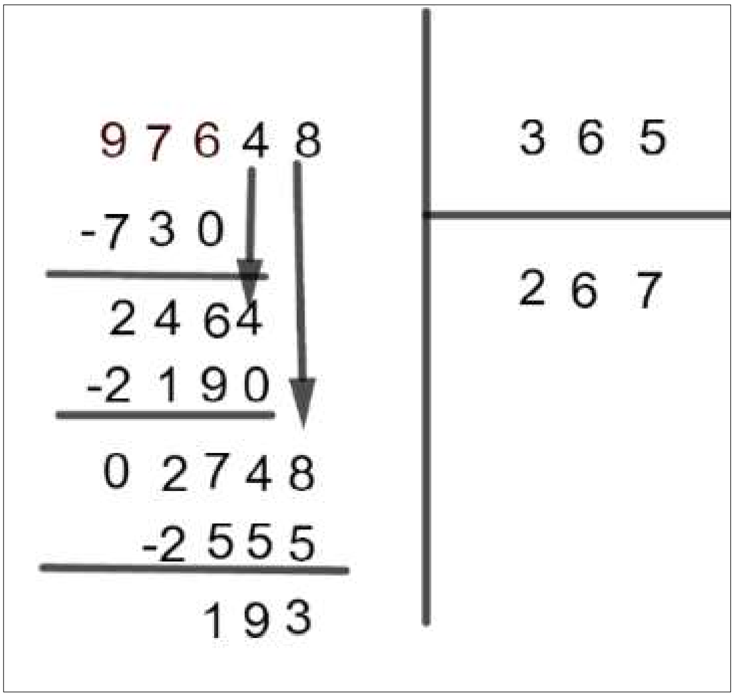
Figura 49: Algoritmo usual da divisão.



Fonte: Acervo do Autor.

Realizando a subtração de 2464 por 2190 o resto é 274. Baixando o algarismo 8 ao lado direto do resto, formando o número 2748. Realizando novamente a divisão, o número mais próximo e que não ultrapassa 2748 é 2555 localizado na linha 7 e, logo, o 7 é o próximo algarismo posicionado no quociente da divisão. O resto da divisão é 193. Como não tem nenhum algarismo para ser baixado a divisão é encerrada. Portanto, a divisão de 97648 por 365 tem quociente 267 e resto 193 (Figura 50).

Figura 50: Algoritmo da divisão.



Fonte: Acervo do Autor.

Tal método pode ser desenvolvido em sala de aula, buscando sempre facilitar a compreensão e o desenvolvimento matemático, além disso, cada um pode confeccionar sua própria barra, com tala de picolé, papel cartão ou pedaço de talos de miriti, fruto típico da região ribeirinha da floresta amazônica. O uso das Barras de Napier torna-se meio facilitador de aprendizado na multiplicação e divisão de números pequenos e grandes.

Comparando os métodos descritos neste trabalho, o método hindu e a Barras de Napier são muito semelhantes, é provável que John Napier utilizasse técnicas milenares de multiplicar e dividir, o que inspirou a desenvolvê-lo. Já o método egípcio de multiplicar que não se assemelha a nenhum dos métodos descritos neste trabalho, que consiste em síntese, dobrar e adicionar “a multiplicação e a divisão eram em geral efetuadas por uma sucessão de duplicações com base no fato de que todo número pode ser representado por uma soma de potências de 2” (EVES, 2004, p. 72) que até os dias atuais é utilizada em linguagem de programação de computadores. A multiplicação chinesa tem vantagem por se assemelhar a geometria, possibilitando a visualização e o desenvolvimento dos cálculos proporcionando uma facilidade em se multiplicar desenhando e o produto é a soma dos pontos de intersecções das linhas.

Os métodos de divisão hindu conhecido como método de galeão ou de riscar requer prática e mesmo assim não é diferente do método tradicional realizado nas escolas, por outro lado, o método egípcio que é baseado nas potências de base 2, se torna inviável para valores muito altos. Já pela utilização das barras de Napier é bem mais prático, pois o aluno analisa todos os múltiplos do divisor facilitando o cálculo na hora da divisão.

E é sobre esse método que trata o Capítulo três deste trabalho. Foi realizada uma pesquisa em escolas da rede particular e pública sobre o ensino de multiplicação e divisão, também foi desenvolvida com os alunos, mesmo em tempos de pandemia pelo novo coronavírus, uma proposta metodológica de construção e utilização de material concreto denominado Barras de Napier.

CAPÍTULO 3 – UTILIZAÇÃO DAS BARRAS DE NAPIER NO ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO.

Nesta seção é realizado analise dos questionários respondidos por um grupo de alunos e professores do 5º e 6º ano do Ensino Fundamental de três escolas da rede pública e privada. Enfatizando a História da Matemática por meio da confecção e aplicação das Barras de Napier pelos alunos como recurso facilitador para o ensino da multiplicação e divisão.

3.1 SUJEITOS DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada em três escolas da rede pública e particular de ensino no Estado do Pará. Duas escolas localizadas no município de Abaetetuba, respectivamente a Escola Municipal de Ensino Fundamental Profª. Maria Zaíde Cardoso, Travessa Bebiano Cardoso, nº 2204, Bairro São Sebastião e o Instituto Nossa Senhora dos Anjos (INSA) Rua Barão do Rio Branco, nº 1376, Bairro Centro e, a Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Ecila Pantoja da Rocha, situada na Rua Afastada, nº 30, Bairro Almir Gabriel no município de Moju. O foco da pesquisa não visou o conhecimento da infraestrutura dessas escolas, mas sim dos sujeitos especificados que fazem parte do sistema escolar. A escola é a instituição à qual a sociedade atribui a responsabilidade por grande parte da formação dos indivíduos. Este processo é longo, envolve o planejamento, a organização e a realização de múltiplas atividades de ensino e aprendizagem que se concretizam nas interações que ocorrem neste espaço, pois além de possuir o papel de fornecer “(...) preparação intelectual e moral dos alunos, ocorre também, a inserção social. Isso se dá pelo fato da escola ser um importante meio social frequentado pelos indivíduos, depois do âmbito familiar” (FERREIRA e SILVA, 2014, p.07).

Na Escola Municipal de Ensino Fundamental Profª Maria Zaíde Cardoso o estudo envolveu 25 alunos matriculados no 5º ano, turno manhã. No Instituto Nossa Senhora dos Anjos (INSA) da rede particular de ensino e Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Ecila Pantoja da Rocha foram abrangidos 24 estudantes em cada escola, nas turmas do 6º ano, respectivamente turnos tarde e manhã. Totalizando 73 alunos na faixa etária de 11 a 13 anos. Os professores da disciplina Matemática atenderam prontamente a solicitação de participação na pesquisa, mostrando-se interessados em colaborar com o estudo. É importante dizer que os questionários aplicados aos professores foram todos respondidos, e que se puseram à disposição para mais esclarecimentos se necessários.

Para preservar a identidade do anonimato, os professores destas escolas foram nomeados conforme o quadro a seguir.

Quadro 1: Identificação dos professores que participaram dos questionários.

ESCOLAS	PROFESSOR	IDENTIFICAÇÃO
E.M.E.F. Profª Maria Zaíde Cardoso	Professor 01	P01
Instituto Nossa Senhora dos Anjos	Professor 02	P02
E.E.E.F.M. Ecila Pantoja da Rocha.	Professor 03	P03

Fonte: Acervo do Autor

O P01 é formado no curso de Licenciatura Plena em Matemática com especialização em Educação Especial, atua como professor efetivo da rede municipal de ensino do município de Abaetetuba desde 2018 nas turmas do 5º ano, lecionando às disciplinas de Matemática, Língua Portuguesa, Ciências, Artes e Ensino Religioso. O P02 cursou Licenciatura Plena em Matemática, leciona somente essa disciplina para alunos do 4º, 5º e 6º anos da rede particular de ensino, tendo 07 anos de experiência em sala de aula. O P03 também é formado no curso de Licenciatura Plena em Matemática e especialista em Docência e Prática de Ensino, leciona a disciplina nas turmas do 6º, 7º, 8º e 9º ano do Ensino Fundamental, professor efetivo do município de Moju há mais de 20 anos.

3.2 PROCESSO METODOLÓGICO

“Considera-se que a pesquisa configura-se como um procedimento formal, com prática de pensamento reflexivo, que necessita de um respaldo científico e com isso busca o caminho para se conhecer a realidade em estudo” (LAKATOS; MARCONI, 2007, p.43). Nesse sentido, pesquisar é responder ou aproximar-se das inúmeras indagações, inquietações que existem em diferentes setores, como no caso do contexto escolar. Compreendendo a importância de analisar o âmbito da pesquisa e conhecer previamente o comportamento de um determinado grupo de sujeitos, este tópico descreve os procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa realizada em três escolas, tendo sido aplicado em uma destas escolas junto aos alunos a construção e utilização das Barras de calcular de John Napier na resolução de questões envolvendo a multiplicação e divisão.

Em um primeiro momento realizou-se a pesquisa teórica, foram consultadas várias obras de diferentes autores sobre o assunto em estudo. Buscou-se informações em trabalhos acadêmicos, livros e artigos publicados, principalmente na temática envolvendo os métodos históricos de multiplicação e divisão nas antigas civilizações egípcia, hinduísta e chinesa. A pesquisa bibliográfica é o levantamento de toda a bibliografia já publicada, em forma de livros, revistas, publicações avulsas e imprensa escrita (MARCONI; LAKATOS, 2007). Sua finalidade é fazer com que o pesquisador entre em contato direto com todo o material escrito sobre um determinado assunto, auxiliando na análise de suas investigações, obtendo assim, informações precisas. Considerada o primeiro passo de toda a pesquisa científica.

A pesquisa exploratória é o contato inicial com o tema a ser analisado, proporcionando maior familiaridade com o problema, com os sujeitos a serem investigados e com as fontes secundárias disponíveis. Esta modalidade de pesquisa é utilizada para realizar um estudo preliminar do principal objetivo da pesquisa que será realizada, ou seja, familiarizar-se com o fenômeno que está sendo investigado, para que o resultado obtido tenha uma maior compreensão e precisão. Enfim, uma pesquisa exploratória proporciona a formação de ideias para o entendimento do conjunto do problema (GIL, 2008).

A técnica para a coleta de dados ocorreu através de questionários com perguntas abertas e fechadas, útil quando o investigador pretende recolher informação sobre determinado tema, aplicados a um público – alvo. A importância dos questionários passa também pela facilidade com que se interroga um elevado número de pessoas, num espaço de tempo relativamente curto. Marconi & Lakatos (2007, p.88) o define como "(...) série ordenada de perguntas, respondidas por escrito sem a presença do pesquisador". O questionário, segundo Gil (2008, p.128), pode ser também conceituado "como a técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas etc." Gil (2008) também esclarece as vantagens e desvantagens de se usar questionário, respectivamente:

I. Possibilita atingir grande número de pessoas, mesmo que estejam dispersas numa área geográfica muito extensa, já que o questionário pode ser enviado também pelos correios.

II. Implica menores gastos com pessoal, posto que o questionário não exige o treinamento dos pesquisadores;

III. Garante o anonimato das respostas;

IV. Permite que as pessoas o respondam no momento em que julgarem mais convenientes;

V. Não expõe os pesquisadores à influência das opiniões e do aspecto pessoal do entrevistado.

Em relação às desvantagens, Gil (2008) ressalta:

I. Exclui as pessoas que não sabem ler e escrever, o que, em certas circunstâncias, conduz a graves deformações nos resultados da investigação;

II. Impede o auxílio ao informante quando este não entende corretamente as instruções ou perguntas;

III. Impede o conhecimento das circunstâncias em que foi respondido, o que pode ser importante na avaliação da qualidade das respostas;

IV. Não oferece a garantia de que a maioria das pessoas devolva-o devidamente preenchido, o que pode implicar a significativa diminuição da representatividade da amostra;

V. Envolve, geralmente, número relativamente pequeno de perguntas, porque é sabido que questionários muito extensos apresentam alta probabilidade de não serem respondidos;

VI. Proporciona resultados bastantes críticos em relação à objetividade, pois os itens podem ter significados diferentes para cada sujeito pesquisado.

Após os estudos teóricos da pesquisa, teve início o segundo momento através do levantamento de informações respondidas por questionários disponibilizado na plataforma Google Forms com coleta entre os meses de setembro a dezembro de 2020, englobando três professores da educação básica de escolas públicas e privadas no município de Abaetetuba e Moju, no Estado do Pará, bem como grupos de alunos dessas respectivas escolas.

Por meio dos questionários enviados aos professores obtiveram-se informações referentes à formação acadêmica, tempo de atuação lecionando, problemática que surge ao trabalhar questões envolvendo multiplicação e divisão, bem como o conhecimento e utilização das Barras de Napier. Também foram aplicados 02 questionários eletrônicos para os alunos, com o intuito de adquirir informação relativa às principais dificuldades enfrentadas pelos estudantes no conhecimento de multiplicação e divisão, bem como a resolução de algumas atividades envolvendo essas operações. Após a entrega dos questionários pelos alunos, foram enviados quatro vídeos no grupo de WhatsApp da turma explicando sobre os métodos de multiplicação e divisão dos povos antigos, para qual finalidade utilizavam, explanando sobre como surgiu as Barras ou Ossos de Napier e de que maneira confeccioná-la.

Aplicados em uma turma do 5º e duas do 6º ano do Ensino Fundamental, haja vista que as aulas presenciais da rede Estadual de Ensino a partir de 18/03/2020 foram suspensas cumprindo às exigências do Ministério da Saúde, das autoridades sanitárias do Estado e, conforme o Decreto nº 609/2020 que paralisou as atividades escolares em decorrência da Pandemia do novo coronavírus. Nesse período também foi interrompido os trabalhos escolares da rede particular no município de Abaetetuba, que somente retornou suas atividades após a publicação do Decreto Municipal nº 006/2020 no modo de ensino híbrido, seguindo às orientações do Sindicato das Escolas Particulares (SINEPE/PA), Sindicato dos Professores (SINPRO/PA) e de acordo com os protocolos de segurança, o qual possibilitou a aplicação em sala de aula com alguns alunos participantes a socialização sobre os métodos de multiplicação e divisão dos povos antigos e sua utilização, explanando também a respeito de John Napier (1550-1617) e algumas de suas contribuições matemáticas para a humanidade, como as Barras ou Ossos de Napier. Sendo esse último confeccionado pelos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental e utilizado na resolução dos problemas proposto em sala.

3.3 ANÁLISE E DISCUSSÕES DOS RESULTADOS

A aprendizagem da Matemática é considerada, juntamente com a leitura e a escrita, uma das aprendizagens essenciais da Educação Básica. “Aprender Matemática não é só aprender uma linguagem, é adquirir também modos de ação que possibilitem lidar com outros conhecimentos necessários integrados à solução de problemas individuais e coletivos” (MOURA, 2016, p. 62). Contemplando a grande importância que esse componente curricular tem nas diversas áreas do conhecimento, torna-se relevante identificar quais os motivos que contribuem para essa dificuldade dos alunos e professores, no que diz respeito ao ensino e aprendizado matemático. Bessa (2007, p. 4) destaca que:

> Essas dificuldades podem estar relacionadas [...] ao professor (metodologias e práticas pedagógicas), ao aluno (desinteresse pela disciplina), à escola (por não apresentar projetos que estimulem o aprendizado do aluno ou porque as condições físicas são insuficientes) ou à família (por não dar suporte e/ou não ter condições de ajudar o aluno).

Constata-se nas respostas dos professores algumas das dificuldades que estão inseridas no contexto da aprendizagem envolvendo especificamente situações problemas de multiplicação e divisão, conforme o quadro abaixo:

Quadro 2: Respostas dos professores sobre as dificuldades em relação à multiplicação.

TEMÁTICA	RESPOSTA
Na sua experiência como docente, quais são as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação à multiplicação?	**P01**. Desde o início do meu trabalho, tenho percebido que a maioria deles, não sabe resolver o básico da multiplicação. Ainda tem dificuldade com as outras operações simples. Contas muito alta também não conseguem resolver e tem dificuldade em interpretar quando a questão é em forma de problema. **P02**. A dificuldade apresentada pelos alunos é pela falta de prática impossibilitando de desenvolver os seus próprios caminhos para facilitar o processo. **P03**. Depende muito da "base" que ele adquiriu.

Fonte: Acervo do Autor.

Quadro 3: Respostas dos professores sobre as dificuldades em relação à divisão.

TEMÁTICA	RESPOSTA
Na sua experiência como docente, quais são as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação à divisão?	**P01**. Grande parte dos meus alunos tem mais dificuldade com a divisão. Não conseguem montar questões. E não reconhecem quando o problema requer a solução pela multiplicação ou divisão. Tenho também alunos que estão no 5º ano e não sabem ler corretamente e nem interpretar o que estão lendo. **P02**. A dificuldade da divisão vem decorrente do processo de multiplicação, se você não consegue multiplicar com facilidade encontra dificuldade na divisão, tendo em vista que são operações inversas. **P03**. Alunos com dificuldade na adição e multiplicação terão também na divisão.

Fonte: Acervo do Autor

As respostas revelam os principais obstáculos que professores enfrentam quando abordam problemas na sala de aula envolvendo multiplicação e divisão, dentre os quais destacam-se as dificuldades na leitura e interpretação desses problemas matemáticos pelos alunos, sendo que operações com números muito extensos causa confusão na maneira de como resolver para se obter o resultado esperado o que segundo um dos docentes pode ocorrer pela falta de prática.

No que diz respeito ao conhecimento e utilização das Barras de Napier pelo professor, salienta-se que nenhum dos participantes em sua prática docente trabalhou na resolução de questões pelo método desenvolvido por John Napier, conforme as respostas apresentadas abaixo:

Quadro 4 : Respostas dos professores sobre as o conhecimento e aplicação das Barras de Napier.

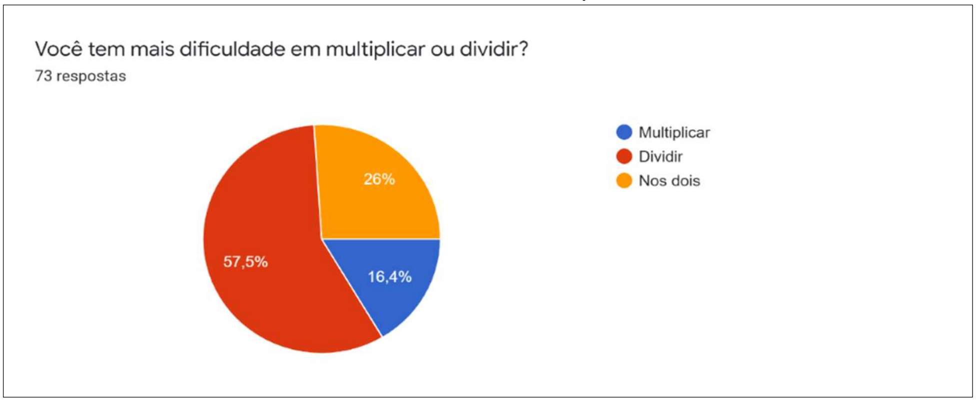
TEMÁTICA	RESPOSTA
Você tem conhecimento sobre as Barras de Napier? Se sim, já as utilizou em sala de aula?	**P01.** Desconheço as Barras de Napier. **P02.** Não conheço. **P03**. Sim tenho! Ainda não testei em sala.

Fonte: Acervo do Autor

As dificuldades são perceptíveis quando os alunos se deparam com situações problema envolvendo multiplicação e divisão, não sabendo quais operações usar. Evidente que o ensino das quatro operações é a base orientadora da disciplina Matemática, em toda modalidade de ensino. De acordo com Moura (2016) o cálculo da divisão tem sido considerado pelos professores como um dos mais difíceis de ser assimilado pelos alunos, fato que gera preocupações e buscas por estratégias de ensino mais eficazes para a aprendizagem. Nunes e Bryant (2007) evidenciam que os conceitos de natureza multiplicativos, como é o caso da divisão, proporcionam inúmeros desafios: divisões sucessivas, usos e regras operatórias além da busca de um quociente que requer relações entre o tamanho das partes, o número de partes e o tamanho do todo.

A divisão é uma operação matemática que pode ser desenvolvida em conjunto com a multiplicação, pois essas “compõem um mesmo conceito e são definidas por um conjunto de situações cujo tratamento implica em esquemas, conceitos e teoremas que estão conectados entre si” (VERGNAUD, 2003 apud CRUCIOL e SILVA, 2013, p. 5). Como exemplo dessa representação, o Gráfico 1 gerado dos questionários respondidos pelos alunos, cerca de 57,5% salientam que os problemas envolvendo a divisão são os mais difíceis de encontrar a resolução.

Gráfico 1: Dificuldade em multiplicar ou dividir.



Fonte: Acervo do Autor.

Em relação ao gráfico acima é nítido a dificuldade encontrada pelos alunos na resolução de problemas que envolvem divisão, a dúvida surgiu desde a compreensão dos dados, de qual operação usar, até a verificação dos resultados, bem como relatar de que forma encontraram as respostas apresentadas. Ainda de acordo com os resultados do questionário aberto, obtiveram-se as seguintes respostas dos alunos: “Tenho muita dificuldade quando a divisão requer número maior que três dígitos, ou seja, números muitos extensos”; “Quando vêm números muito grandes e misturados”; “Acho mais fácil multiplicar porque dividir é mais complicado”; “Na divisão é que tenho dificuldade. Não sei resolver quando a conta sobra o número”; “É difícil identificar quando o problema pede a correção pela divisão ou multiplicação” e assim por diante.

A compreensão do conceito de divisão não pode ser desenvolvida quando se toma como referência apenas um dos invariantes operatórios presentes na ação dos indivíduos, mas quando se apropriam de outros invariantes envolvidos na divisão, para que possam entender a lógica presente no conceito, podendo assim fazer uso dele de uma forma mais elaborada e consciente (NUNES; BRYANT, 2007). Segundo estes autores, isto acontece pelo fato da divisão requerer uma mudança considerável nos pensamentos dos alunos, visto que para compreender esta operação faz-se necessário compreender a relação existente entre seus termos (dividendo, divisor, quociente e resto) e ainda uma comparação constante entre os invariantes operatórios que norteiam este conceito.

O gráfico a seguir, demonstra que os estudantes têm dificuldade em reconhecer quando a questão requer o uso da multiplicação e/ou divisão.

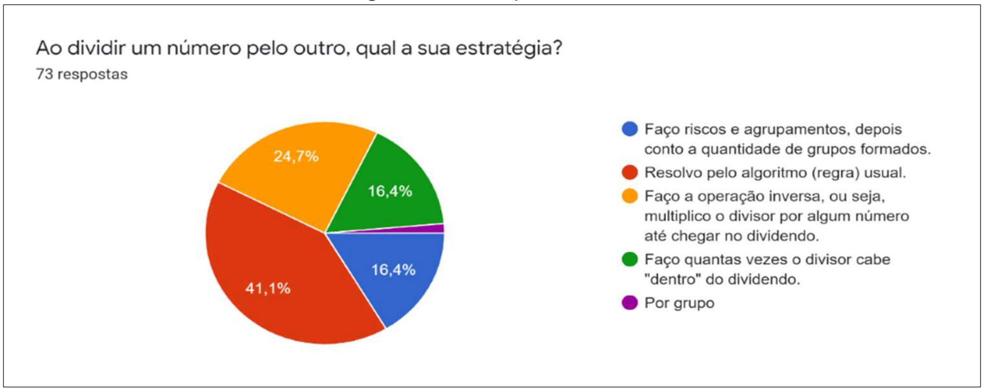
Gráfico 2: Dificuldade em distinguir a solução do problema pela divisão ou multiplicação.

Fonte: Acervo do Autor.

Mais da metade dos participantes apresentou dificuldade na interpretação da atividade, pode ser pelo fato de a questão envolvida estar distante da sua realidade social ou por uma deficiência na leitura e entendimento da questão proposta. Consideramos que certos entraves que surgem durante a resolução de problemas estão ligados à decodificação de termos matemáticos específicos que aparecem em seus enunciados. Estes termos específicos tornam-se dificuldades pelo fato de não possibilitarem a interação entre o aluno (leitor) e texto, por não fazerem parte do cotidiano dos alunos. Além disso, alguns termos apresentam duplos significados, um na matemática e outro no cotidiano, como por exemplo: total, diferença, volume, entre outros. Neste contexto, o professor, como principal responsável pela organização do discurso da aula, desempenha um papel fundamental apresentando questões, proporcionando situações que favoreçam a ligação da Matemática à realidade, estimulando a discussão e a partilha de ideais (LOPES, 2011).

O gráfico a seguir demonstra de que maneira o aluno realiza a operação de divisão e quais as estratégias utiliza para obter os resultados.

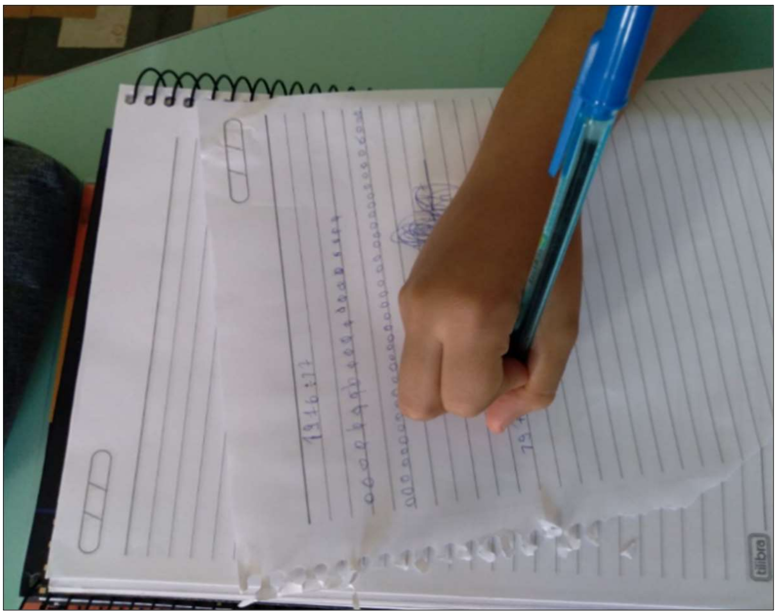
Gráfico 3: Estratégia utilizada pelos alunos ao dividir um número.



Fonte: Acervo do Autor.

Observa-se que as estratégias são diferentes variáveis, cada aluno tem uma maneira própria de resolver, é provável que algum estudante não se enquadre as alternativas de resposta deste questionário, no entanto, as resoluções apresentadas são uma observação do autor através das experiências realizadas em sala, ou seja, pode-se enquadrar outras alternativas utilizadas as quais não estão presente no resultado deste gráfico de pesquisa. A maioria os alunos utilizam o algoritmo usual, porém uma pequena porcentagem emprega riscos e agrupamentos na folha de papel o que não é vantajoso para valores muito altos, conforme a figura abaixo.

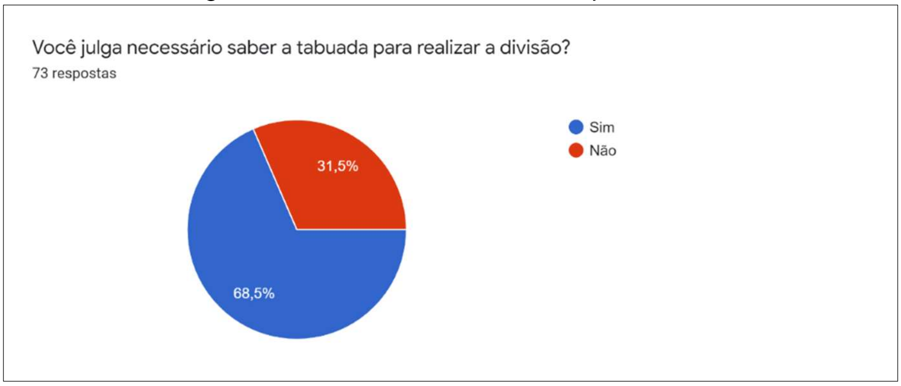
Figura 51: Aluno realizando a divisão por estratégia de risco e soma.



Fonte: Acervo do autor.

Outro questionamento é com relação à memorização da tabuada, se é necessária para determinar a divisão. A resposta foi em ampla maioria que sim, conforme o gráfico 4.

Gráfico 4: Julga necessário o uso da tabuada para realizar a divisão.

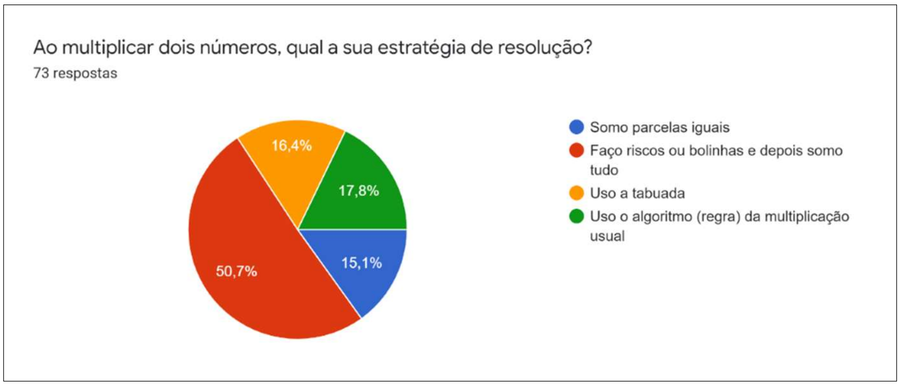


Fonte: Acervo do Autor.

A tabuada se constitui em pré-requisito para o desenvolvimento de praticamente todos os conteúdos. A dificuldade de efetuar as operações que usam multiplicação e divisão aliadas à falta de interpretação do que se lê são um dos maiores problemas que os professores da disciplina de matemática enfrentam. Na proporção em que se manifestam as dificuldades na aprendizagem do conteúdo da divisão, surge também a necessidade de intervenção pedagógica, que amparem tanto os professores em sua prática docente quanto os alunos na construção desse conhecimento matemático.

A multiplicação é uma das quatro operações básicas de aritmética elementar, que geralmente é definida como uma adição repetida. É uma habilidade essencial, possibilitando ao aluno uma ferramenta importante na resolução de problemas do cotidiano, o que institui forte base para o raciocínio lógico. Questionados sobre o processo de multiplicação e as estratégias para realiza - lá os alunos responderam de acordo com as observações de experiência do autor, como apresentado no gráfico 5.

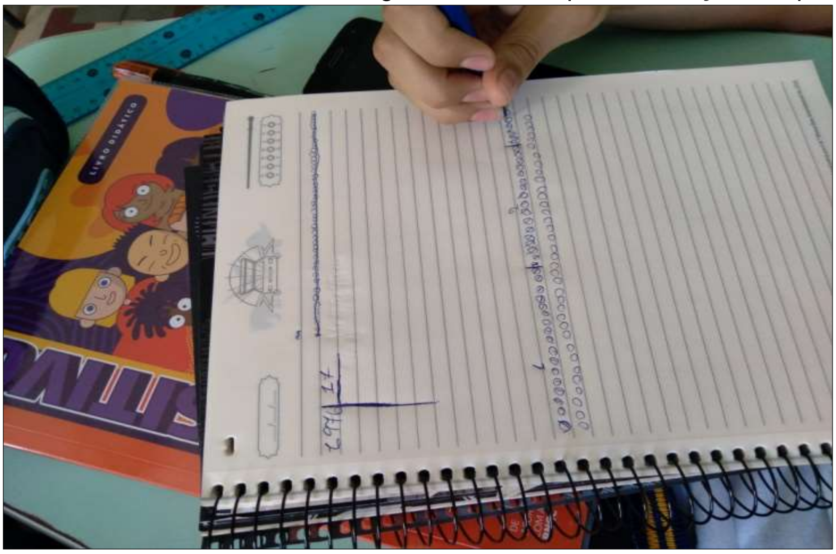
Gráfico 5: Estratégia de resolução na multiplicação.



Fonte: Acervo do Autor.

Observa-se no gráfico acima que metade dos entrevistados utiliza a estratégia de riscos e somas, que são representações pictográficas ou icônicas, definidas por grafismos que ilustram tanto a numerosidade como expressam a aparência dos elementos presentes no enunciado das situações esquemáticas (traços, riscos, pontos, círculos etc.) que substituem os elementos envolvidos no problema. (CASTRO-FILHO; SANTANA; LAUTERT, 2017).

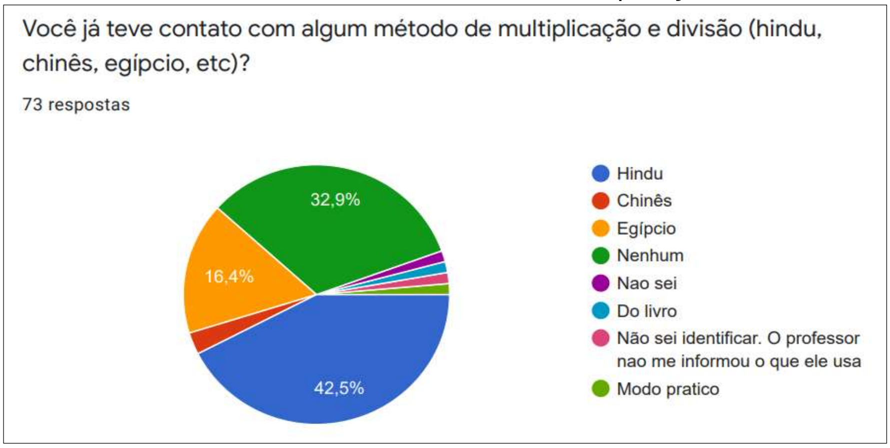
Figura 52: Aluno utilizando a estratégia de bolinhas para resolução da questão.



Fonte: Acervo do Autor.

Em relação ao conhecimento histórico dos alunos alusivo aos métodos de multiplicação (Gráfico 6) presente nos livros conforma a pesquisa realizada por Vianna (2005) sobre a abordagem histórica dos métodos matemáticos das antigas civilizações explanados nos livros didáticos não tem relação direta com o conteúdo que os alunos devem apreender, e que os usos didáticos da História da Matemática e seus métodos estavam limitados às questões de informações adicionais, raramente incorporando-se o conhecimento histórico na elaboração de novas sequências ou estratégias didáticas. Com forte tendência a apenas incluir páginas ou pequenos trechos nas quais pouco ou nada contribui para a aprendizagem da Matemática.

Gráfico 6: Sobre os métodos de multiplicação.



Fonte: Acervo do Autor.

De acordo com o gráfico 6 o método hindu é o qual os alunos participantes da pesquisa tiveram mais contato. Acredita-se que o sistema de numeração Hindu tenha suas bases no sistema babilônico e chinês. Segundo Boyer (2012), os hindus foram responsáveis pela unificação dos princípios básicos desse sistema: base decimal, notação posicional e cifras para cada numeral. Tal feito contribuiu para a criação do sistema de numeração que é utilizado atualmente. 32,9% dos entrevistados não tiveram nenhum contato com os métodos históricos de multiplicação e divisão, apenas 16,4% já tinha contato com método egípcio e 42,5% com o método hindu. Alguns livros didáticos do 6º ano do ensino fundamental apenas fazem referência aos manuscritos de povos antigos deixando de lado a maneira como esses povos realizavam as operações de multiplicação e divisão. Ao deixar de lado a contribuição da História da Matemática para o ensino o professor deixa de preservar a memória intelectual humana.

A História da Matemática oferece um importante apoio no processo de ensino e aprendizagem, como salienta Cavalcante (2002, p.84) “(...) a matemática traz grandes contribuições para o desenvolvimento do aluno, pois ela tem relações estreitas com diversas áreas do conhecimento e da atividade humana”. E o professor pode facilitar essa assimilação ao apresentar a Matemática como criação do homem, surgindo da necessidade em buscar soluções para problemas do cotidiano, criando estratégias de abordagem para o ensino de seus conteúdos.

Analisando a Base Nacional Comum Curricular (2017), observa-se que a mesma também enfatiza essa relevância:

> Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho (...) além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. (BRASIL, 2017, p. 263 e 294).

Compreende-se, assim, que a História da Matemática se torna importante ferramenta para que o professor, através da contextualização, apresenta a contribuição histórica dos diferentes povos para o ensino, tornando o aprendizado mais significativo, através das situações cotidianas em que o aluno possa interagir com o que está sendo ministrado, por meio de planejamento pedagógico que seja capaz de propor aulas que façam uso dessa área do conhecimento.

Não é recente a preocupação de professores para que as aulas de matemática se tornem encontros que propiciem uma aprendizagem significativa ao aluno. Ao longo da história da educação, destacam-se professores, pesquisadores e pensadores que se dedicaram ao estudo de instrumentos para auxiliar na aplicação dessa ciência. Prova disso são os diversos jogos e materiais manipuláveis existentes. Uma maneira de reforçar a compreensão dos alunos em relação aos conteúdos matemáticos é a utilização de materiais concretos nas atividades curriculares propostas em sala de aula. Nesse sentido, ao longo da história muitos educadores concordaram que o uso de atividades envolvendo material concreto e didáticos são muito eficazes, pois permitem envolver a História para o contexto da sala de aula possibilitando ao professor oportunizar meios para a construção do conhecimento matemático, transparecendo que seu ensino não é complexo e de difícil entendimento.

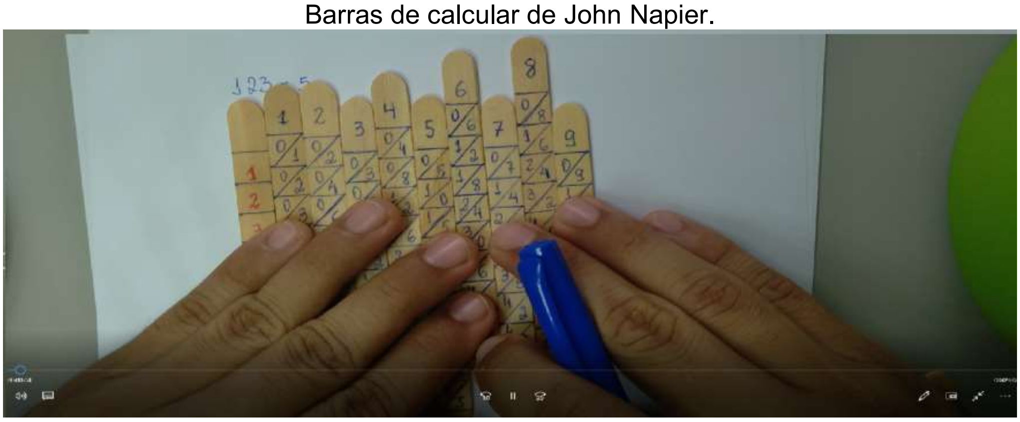
Miguel e Miorim (2008, p. 52) afirmam que “muitos autores defendem a importância da história no processo de ensino-aprendizagem da matemática por considerar que isso possibilitaria a desmistificação da matemática e o estímulo a não-alienação do seu ensino.” Desse modo, percebe-se que a matemática se modifica em cada circunstância, e que não é um repositório fixo e invariável de objetivos, técnicas, métodos, problemas, obstáculos, mecanismos de passagem ou do que quer que seja, a ser total ou parcialmente transposto de forma mecânica para o plano de ensino e aprendizagem.

3.4 ATIVIDADE PROPOSTA: APLICAÇÃO DAS BARRAS DE NAPIER

A proposta de atividade foi realizada na turma do 6º ano e o seu desenvolvimento se deu por meio de vários momentos, visando identificar e trabalhar as possíveis dificuldades dos alunos em interpretação e resolução de problemas envolvendo a divisão e multiplicação.

A aplicação foi possível porque a escola da rede particular de ensino retornou suas atividades de modo hibrido, o que possibilitou o envio dos vídeos explicativos via grupo do WhatsApp e também a socialização junto à turma na construção das Barras de Napier em sala de aula com alguns alunos de forma presencial, os quais puderam por meio de materiais concreto como cartolina, papel cartão, tala de madeira, entre outros criar suas próprias barras.

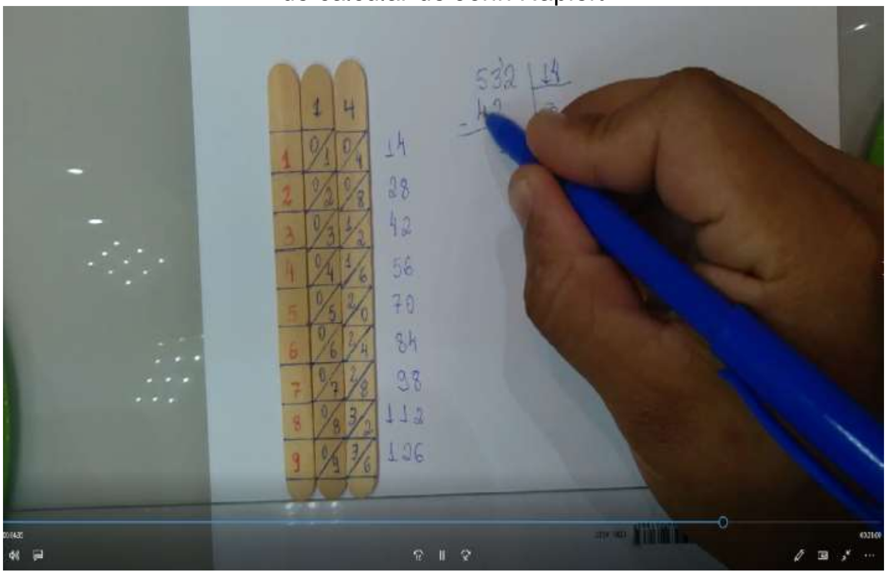
Figura 53: Explicação em vídeo sobre métodos de multiplicação e divisão antigos e o uso das Barras de calcular de John Napier.



Fonte: Acervo do Autor.

Nas figuras 54 e 55 tem-se a demonstração em vídeo enviado pelo pesquisador com o intuito de informar sobre a utilização das Barras de Napier para efetuar cálculos, expondo também informações de alguns métodos históricos de multiplicação e divisão das antigas civilizações (egípcia, hinduísta e chinesa) e a importância desse conhecimento histórico para a Matemática. Nestes vídeos também se informa a respeito da pesquisa em questão, objetivos, solicitando a participação na elaboração das barras e resolução das questões estabelecidas.

Figura 54: Explicação em vídeo sobre métodos de multiplicação e divisão antigos e o uso das Barras de calcular de John Napier.

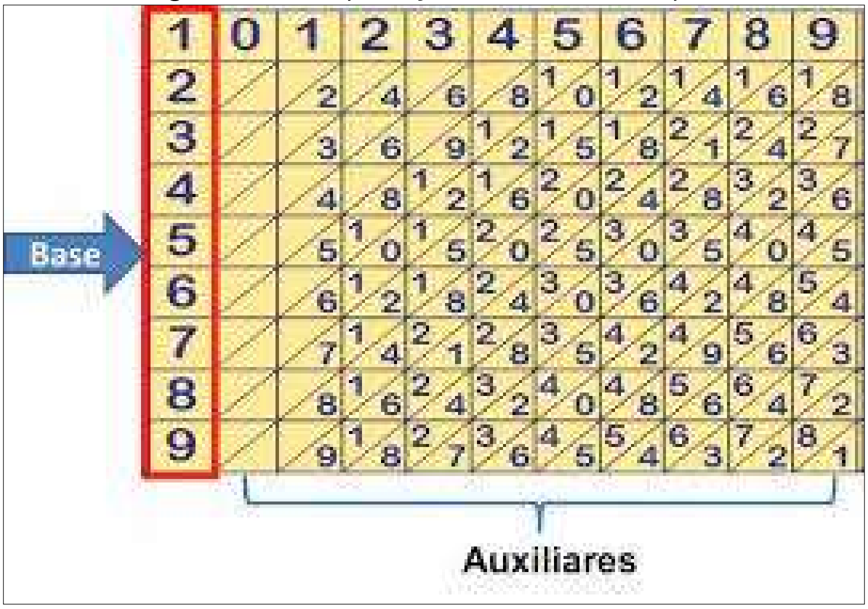


Fonte: Acervo do Autor.

Como mencionado anteriormente, o aplicativo WhatsApp foi escolhido pela facilidade que os alunos possuem em utilizá-lo na comunicação e também diante do cenário de isolamento social, de restrição na circulação de pessoas e suspensão de atividades de aulas na maioria das escolas, o uso desse aplicativo no celular se torna um aliado no ensino remoto. Conforme destaca Costa (2011, p. 99) “o educador deve aproveitar as potencialidades do celular, como recurso pedagógico, tendo em vista que é uma realidade presente na vida de todos os educandos”.

Em um dos vídeos enviados aos alunos informa de forma explicativa e sucinta que os ossos de Napier são barras retangulares contendo inscrições de números que, dispostas lado a lado e seguindo determinadas regras, tornam possível fazer multiplicações, divisões e extrações de raízes quadradas, que o foco desta pesquisa está direcionado para as duas primeiras operações. Compostas por um conjunto de onze barras, sendo a primeira a barra base que ficará fixa enumerada de 1 a 9, da segunda em diante tem-se as barras denominadas como auxiliares. Cada barra é dividida em 10 quadrados, nos quais, exceto no primeiro, é traçada uma diagonal do canto superior direito para o inferior esquerdo. No primeiro quadrado superior é colocado um dos números de 0 a 9. Do segundo quadrado em diante são inscritos em sequência os múltiplos do número colocado no primeiro quadrado; no triângulo inferior de cada quadrado é posicionado o algarismo que representa as unidades e no triângulo superior o algarismo representando as dezenas. Cada barra nada mais é que a tabuada do número do primeiro quadrado (Figura 56).

Figura 55: Exemplificação das Barras de Napier.



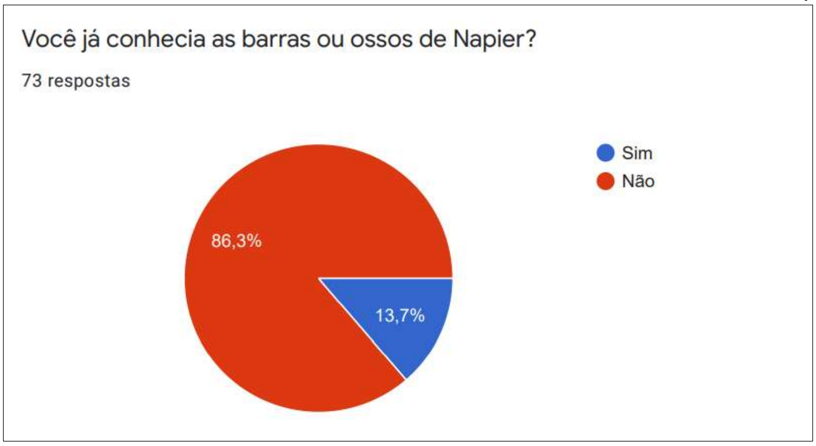
Fonte: https://editorarealize.com.br/editora/anais/epbem

A aplicação em sala de aula da confecção e utilização das Barras de Napier na resolução de questões de forma presencial foi apenas em uma turma do 6º ano, porque as demais escolas participantes dessa pesquisa ainda se encontraram com as atividades de ensino presencial suspensas. Porém, mesmo assim, obteve-se a participação de alguns alunos do 5º e 6º ano dessas escolas que acompanharam as explicações dos vídeos e também enviaram a resolução das atividades propostas.

Nos dias estabelecidos para a pesquisa os alunos compareceram cada qual com seu material utilizado para a confecção das barras. Destaca-se que o professor da turma também estava presente, ajudando na organização. Em um primeiro momento foi realizada uma exposição oral acerca das Barras de Napier, mencionando que são barras ou bastões retangulares contendo inscrições de números que colocadas lado a lado e seguindo uma determinada regra podem ser utilizadas para cálculo de multiplicações, divisões e extração de raízes quadradas.

Também explanando resumidamente sobre a História da Matemática, especificamente os métodos de multiplicação e divisão hinduísta, chinesa e egípcia. Evidenciou- se que poucos alunos tinham conhecimento desses métodos e das Barras de Napier, fato também observado nas respostas dos questionários, conforme o gráfico.

Gráfico 7: Sobre os conhecimentos das Barras de calcular de John Napier.



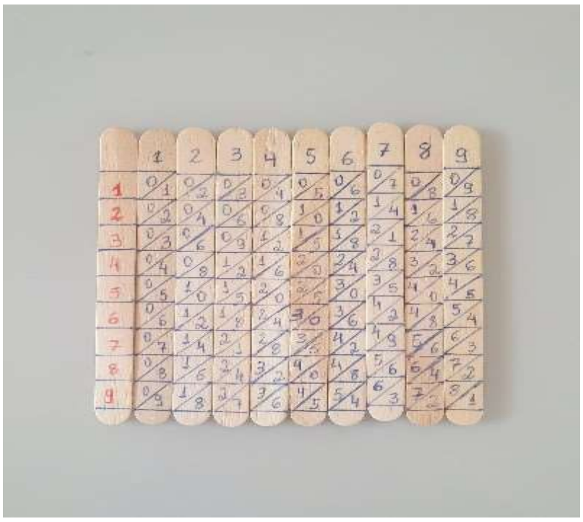
Fonte: Acervo do Autor.

Em sua maioria os alunos apenas conheciam o algoritmo usual de multiplicação e divisão, aqueles descritos nos livros. Alguns conheciam o método hindu, outros, sobre a história dos números egípcios descrito em livros didáticos, mas não sobre o método de multiplicação e divisão egípcia, tão pouco sobre o método de mear e duplicar. Após a socialização dessas informações, teve inicio a construção das barras pelos próprios alunos por meio de materiais pré selecionados, conforme a figura .

Figura 56: Exemplo de matérias simples utilizados na construção das Barras de Napier.

Fonte: Acervo do Autor.

Figura 57: Barras construídas utilizando talo de madeira.



Fonte: Acervo do Autor.

O uso destes objetos reais, nomeados de materiais manipuláveis que levam o aluno a tocar, sentir e movimentar, acabam por tornarem-se representação de uma ideia. O que para muitos pode estar diretamente relacionada à significação obtida numa situação de aprendizagem, já que na construção do conhecimento, existem muitos fatos que, mesmo sendo simbólicos, expressam tão diretamente seu significado que não necessitam de qualquer tipo de mediação para serem compreendidos.

Para Lorenzato (2006), conforme a intenção do professor e a forma que são utilizados, os materiais manipuláveis podem desempenhar diversas funções em sala de aula e, por isso, o docente deve questionar-se antes de apresentá-los à classe, procurando responder o porquê de seu desejo em utilizá-los.

> Para apresentar um assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização de resultados, para facilitar a redescoberta pelos alunos? São as respostas a essas perguntas que facilitarão a escolha do material mais conveniente à aula. (LORENZATO, 2006, p. 18).

A utilização dos materiais manipulativos oferece uma série de vantagens para a aprendizagem. De acordo com Sarmento (2012) pode-se destacar:

a) Propicia um ambiente favorável à aprendizagem, pois desperta a curiosidade aproveitando o potencial individual de cada um;

b) Possibilita o desenvolvimento da percepção dos alunos por meio das interações realizadas com os colegas e com o professor;

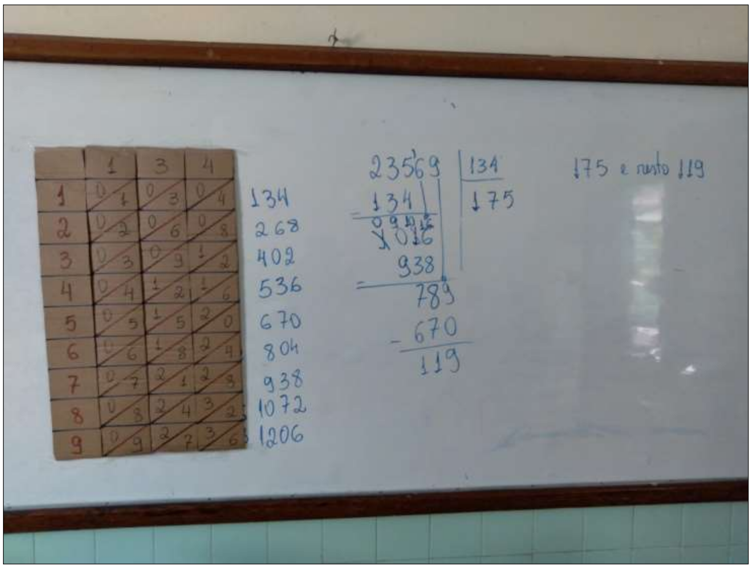
c) Contribui com a descoberta (redescoberta) das relações matemáticas subjacente em cada material;

d) É motivador, pois dar um sentido para o ensino da Matemática. O conteúdo passa a ter um significado especial;

e) Facilita a internalização das relações percebidas.

Isso ficou evidente no momento em que os alunos utilizaram materiais variados para a confecção das Barras de Napier. Para facilitar a construção foi fixado na lousa as Barras de Napier previamente construídas pelo autor (Figura 58).

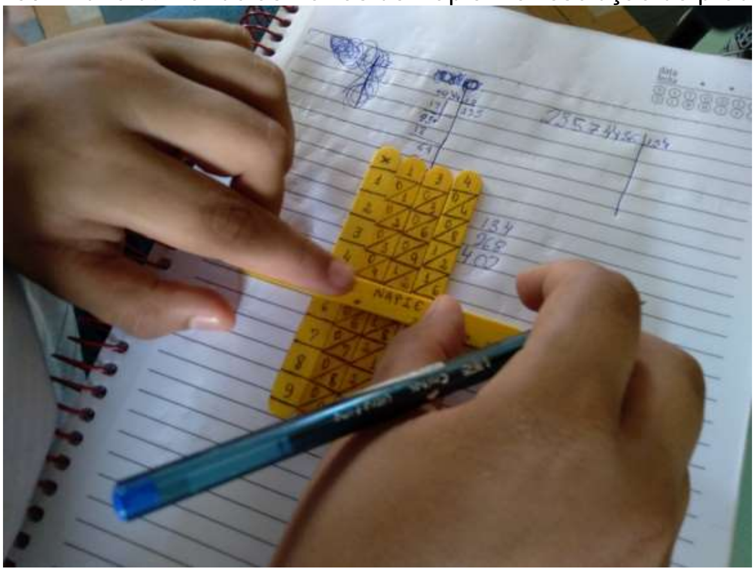
Figura 58: Barras de Napier fixada na lousa para explicação



Fonte: Acervo do Autor.

Após a explanação sobre como construir as Barras de Napier, cada aluno iniciou a confecção das barras. A maioria optou por utilizar o talo de madeira, outros por desenhar as barras no caderno e assim resolver os problemas propostos. Observou-se a dificuldade em resolver questões com números extensos. A utilização das e as Barras de Napier colaborou para os cálculos de multiplicação e, por conseguinte, na visualização dos múltiplos de 134 (Figura 59) para a obtenção do quociente.

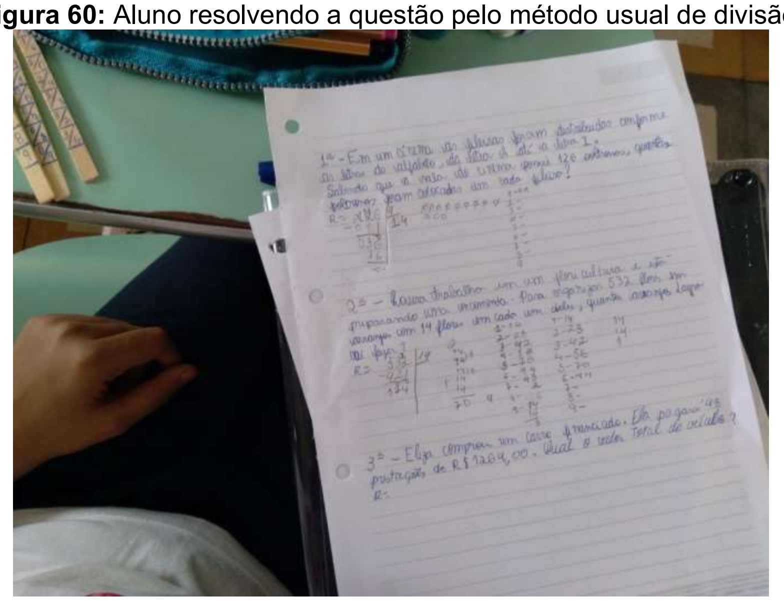
Figura 59: Aluno utilizando as Barras de Napier na resolução de problemas.



Fonte: Acervo do Autor.

Observou-se que no primeiro momento, alguns alunos apresentaram dificuldade em trabalhar resolvendo com as barras de Napier e preferiam resolver pelo método usual que aprenderam, talvez em virtude da não compreensão adequada ou por estarem mais familiarizados com o método usual aprendidos no decorrer da vida estudantil (Figura 60).

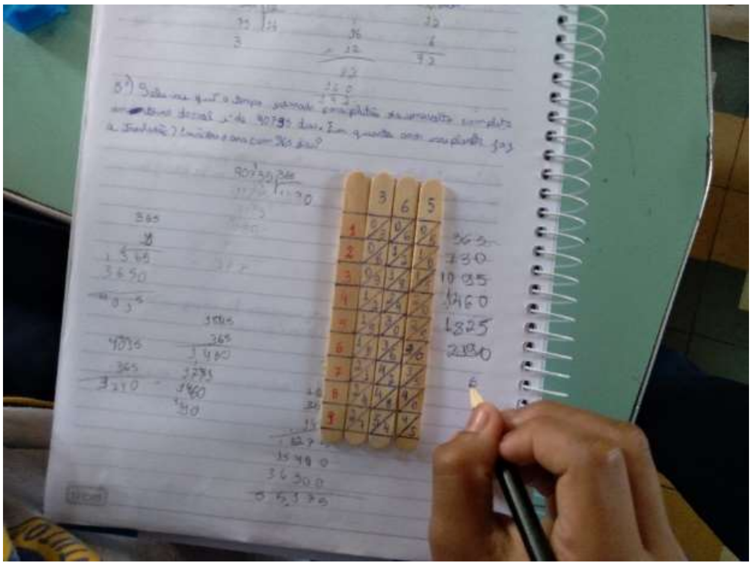
Figura 60: Aluno resolvendo a questão pelo método usual de divisão.



Fonte: Acervo do Autor.

No decorrer das explicações e utilizando material manipulável por meio dos talos de madeira, cartolina, papel cartão, os alunos que a princípio estavam receosos em trabalhar com as barras, devido ser a primeira vez que as utilizavam, cederam a facilidade proporcionadas pelas Barras de Napier, principalmente na resolução de problemas envolvendo números extensos.

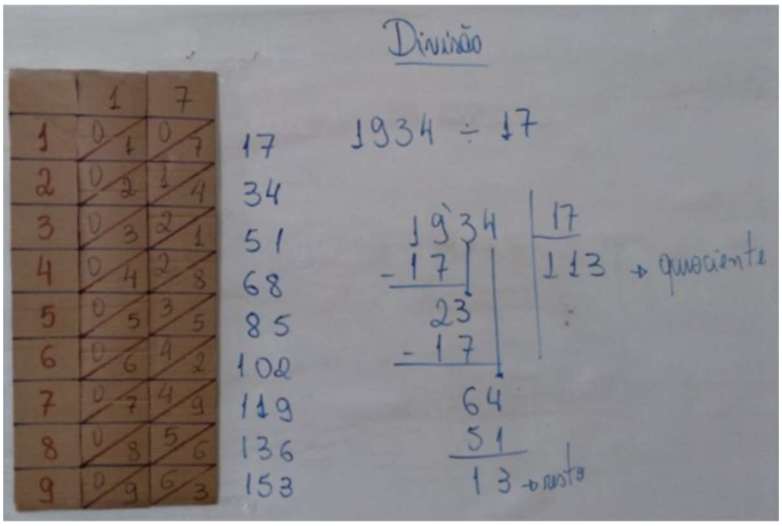
Figura 61: Aluno utilizando as Barras de Napier na solução da questão.



Fonte: Acervo do Autor.

Um dos exemplos utilizado para resolução em sala foi a divisão de 1934 por 17. Dado um tempo para que os alunos tentassem resolver, cada um usou a sua própria estratégia.

Figura 62: Procedimento de divisão utilizando as Barras de Napier.

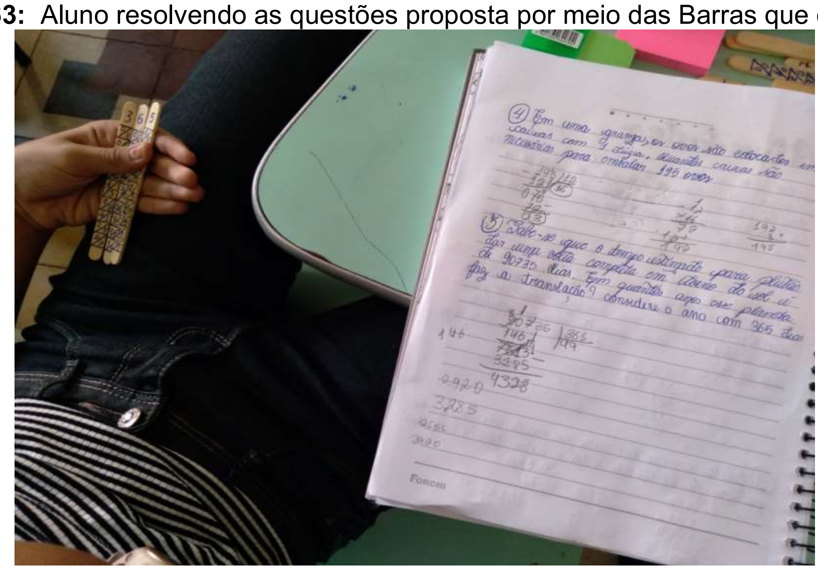


Fonte: Acervo do Autor.

Após o tempo estipulado pelo pesquisador, o mesmo resolveu na lousa a questão proposta utilizando as barras construídas de papelão fixadas com fita dupla face (Figura 62). As barras 1 e 7 representando o número do divisor e a barra base das linhas numeradas de 1 a 9. Em seguida, foi apresentado a eles como se realiza a divisão com as barras calculando-se os múltiplos do número 17 de cada linha e escrevendo ao lado todos os seus múltiplos. Somando-se os números das diagonais, iniciando pela diagonal direita até a última diagonal do canto superior esquerdo de cada linha.

Observa-se que o número 19 é possível ser dividido por 17, tendo como quociente o número 1 e a diferença 2. Isso foi observado pelos alunos na visualização das barras quando questionados em qual linha o múltiplo do número 17 se aproxima de 19. Como o resto é 2, o próximo número do dividendo é baixado para o lado do resto, formando o número 23. Novamente, questionando os alunos em qual linha o múltiplo de 17 se aproxima de 23. A resposta foi a linha 1, que é o resultado do quociente da divisão. Em seguida, calculando a diferença de 23 por 17, que deixa resto 6. Novamente, baixa-se o próximo número do dividendo (o número 4) para o lado do resto 6, formando o número 64. Mais uma vez questionados, em qual linha dos múltiplos de 17 resulta exatamente ou não ultrapassa o número 64. E observando nas barras a resposta é 3, que é o quociente da divisão, e deixa resto 13 da subtração de 64 por 53. Portanto, a divisão de 1934 por 17 tem quociente 113 e resto 13.

Figura 63: Aluno resolvendo as questões proposta por meio das Barras que construiu.



Fonte: Acervo do Autor.

O uso das barras de Napier na resolução de problemas de multiplicação e divisão é um instrumento facilitador didático para cálculos. Criado e desenvolvido por John Napier no ano de 1617 (ano de sua publicação), século XVII, que ainda nos dias atuais se demonstra uma alternativa pedagógica para o ensino e aprendizagem nas aulas de Matemática. Além de ser um instrumento manipulável e de fácil construção e praticidade em multiplicar, pois basta somar no mínimo dois dígitos em cada diagonal, facilitando os cálculos e reduzindo o receio do aluno errar.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando iniciou o trabalho de pesquisa constatou-se que alguns alunos apresentaram dificuldade na resolução de problemas envolvendo as operações de multiplicação e divisão, por isso foi importante estudar sobre os métodos históricos dessas operações como recurso facilitador do ensino. Em face ao exposto, a pesquisa teve como objetivo geral mostrar os métodos de multiplicação e divisão de algumas civilizações antigas, como a hinduísta, egípcia, chinesa e as barras de calcular de John Napier para soluções de problemas cotidianos. Constata-se que o objetivo geral foi atingido porque, efetivamente, o trabalho conseguiu verificar que em sua maioria os alunos envolvidos no questionário não tinham um pleno conhecimento histórico dos métodos de multiplicação e divisão antigos, nem a utilidade do uso das Barras de Napier para solução de problemas envolvendo tais operações.

Assim como os objetivos específicos também foram atingidos, pois no primeiro objetivo compreenderam que as operações de multiplicação e divisão foram desenvolvidas devido as necessidades daqueles povos, com o intuito de se agilizar os cálculos e as operações realizadas entre números devido a expansão comercial da época e a necessidade humana em encontrar soluções nos desafios diários. Já no segundo objetivo específico buscou-se verificar a descrição do passo a passo desses métodos em sala de aula e praticar os métodos descritos em problemas do cotidiano o que foi constatado pelos alunos na resolução das atividades propostas pelo autor, a princípio, utilizaram o algoritmo usual aprendido no decorrer do convívio escola e depois aplicaram os métodos antigos fazendo, assim, uma comparação entre os métodos. E por último, no terceiro objetivo específico, era utilizar as barras de calcular de John Napier na elaboração e aplicação de atividades realizadas em sala, o que foi desenvolvido por eles na confecção do material e sua aplicação na resolução de problemas propostos.

O método de multiplicar e dividir desenvolvidos por antigas civilizações e as Barras de Napier teve grande aceitação entre os participantes da pesquisa, pois possibilitou outra maneira de se resolver, por exemplo, a multiplicação, usando as barras, bastava somar no mínimo dois e no máximo três dígitos em cada diagonal o que é muito mais prático do que fazer as regras do algoritmo usual. A operação de divisão foi muito apreciada porque bastava calcular todos os múltiplos do divisor de 1 até 9 e depois observar em qual linha o múltiplo chegou próximo ou exatamente no valor do dividendo e o número da linha usada é posicionado no quociente.

As dificuldades no ensino-aprendizagem das operações aritméticas podem interferir na aquisição de algumas competências matemáticas básicas e, de certo modo, influenciar futuros processos de cálculo. Uma abordagem diferente, como a utilização de tópicos de História da Matemática, revelar-se uma boa estratégia para motivar os alunos e encaminhá-los para ao conhecimento eficaz das referidas operações. Fato que proporcionou o novo olhar durante a participação dos alunos, os quais puderam perceber que existem outras formas para encontrar soluções.

Muitos foram os povos que aplicaram técnicas, processos, métodos e algoritmos na resolução de problemas do dia a dia ao longo da história. A Matemática de então tinha um cunho mais prático do que teórico, que decorria diretamente das necessidades diárias. Abordando estes meios ancestrais é capaz de cativar e estimular os alunos para as operações aritméticas. Motivados e induzidos pelos antigos textos matemáticos pode-se planear atividades, estratégias e metodologias para dinamizar e enriquecer o processo de ensino-aprendizagem dos mais diversos temas e para os mais variados fins. A História da Matemática está repleta de problemas, muitos deles, ainda atuais, e o modo como foram solucionados são uma verdadeira fonte inspiradora para a transmissão e compreensão de conteúdos matemáticos.

O trabalho teve seu objetivo alcançado na resolução de atividades com o uso das Barras de Napier porque possibilitou aos alunos uma outra visão utilizando o material manipulável, não perdendo a essência do conhecimento dos múltiplos de cada algarismo. Na resolução de problemas as barras auxiliaram o aluno pois bastava posicioná-las na devida ordem conforme os dígitos do multiplicando e somar as diagonais dos algarismos correspondentes ao do multiplicador, facilitando os cálculos.

Outras alternativas de resolução puderam ser divulgadas neste trabalho. A pesquisa apresentou outras alternativas de se fazer as operações de multiplicação e divisão, possibilitando ao educando outra maneira de resolver um determinado problema. Usada a milênios por antigas civilizações por meio dos métodos e as Barras de Napier como ferramentas didáticas para construção ao entendimento minucioso da disciplina Matemática, tornando-a mais contextualizada e interdisciplinar.

REFERÊNCIAS

AZEVEDO, C. E. F.; OLIVEIRA, L. G. L.; GONZALEZ, R. K.; ABDALLA, M. M. A Estratégia de Triangulação: Objetivos, Possibilidades, Limitações e Proximidades com o Pragmatismo. In: Anais do IV Encontro de Ensino e Pesquisa em Administração e Contabilidade. IV Encontro de Ensino e Pesquisa em Administração e Contabilidade. Brasília, DF. 2013.

BOYER, Carl. História da Matemática / Carl B. Boyer, Uta C. Merzbach; [tradução de Helena Castro]. São Paulo: Blucher, 2012. 504 p.

Brasil – Ministério da Educação (2007). Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC/SEB. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/base-nacional-comum-curricular-bncc . Acesso em 16/01/2021

BOALER, J. Mentalidades Matemáticas: Estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre, RS: Penso Editora, 2018. 272 p.

BESSA, K. P. Dificuldades de aprendizagem em matemática na percepção de professores e alunos do ensino fundamental. Universidade Católica de Brasília, 2007. Disponível em: https://cientefico.emnuvens.com.br/cientefico/article/view/429/352.Acesso em: 11/12/2020

CAVALCANTE, Luiz G. Para Saber Matemática. 2ª ed. Editora: Saraiva. 2002. 272 p

CRUCIOL, Daniela Fernandes; SILVA, Erondina Barbosa da. Obstáculos apresentados por alunos do 6º ano do ensino fundamental na resolução de problemas do campo multiplicativo. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Anais. Curitiba, 2013. Disponívelhttp://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/2549_936_ID.pdf. Acesso 12/12/2020.

CAJU, Robson Fantinato. A interligação da Matemática com a história Árabe. Dourados: UEMS, 2010. Disponível em https://www.yumpu.com/pt/document/read/15836034/a-interligacao-da-matematica-com-a-historia-universidade-estadual- . Acesso 12/12/2020.

COSTA, Alysson Emanuel. Uma aula simulada com futuros professores de Matemática: Praticando a Multiplicação e Divisão de números naturais, por meio dos Ossos de Napier. UFRGN, 2018. 15 p. Disponível em: file:///C:/Users/simey/Downloads/234-Texto%20do%20artigo-711-1-10-20180825%20(1).pdf . Acesso 16/02/2021.

CASTRO-FILHO, José Aires; SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos; LAUTERT, Sintria Labres. Ensinando Multiplicação e Divisão do 6oao 9oano.Itabuna: Via Literarum, 2017. Disponivel em:

https://www.ufpe.br/documents/956358/956387/Ensinando+multiplica%C3%A7%C3%A3o+e+divis%C3%A3o+-+6%C2%BA+ao+9%C2%BA+ano.pdf/c539dfb3-9803-4e3f-9ba7-5e69903d0470. Acesso 20/02/2021

EVES, Howard. Introdução à História da Matemática; Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP,2004. 843 p.

IFRAH, Georges. Os números: a História de uma grande invenção. Tradução de Stella Maria de Freitas Serna. 11ª ed. São Paulo: Globo, 2005. 367 p.

GIL, Antônio Carlos. Métodos e técnicas de pesquisa social. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008. 220 p.

LORENZATO, Sérgio. Investigação em educação matemática. Campinas: Autores Associados, 2006. 226 p.

LOPES, Maria da Glória. Jogos na educação: criar, fazer, jogar.7 ed. São Paulo: Cortez,2011.192 p.

HEFEZ, Abramo. Aritmética / Coleção PROFMAT – Rio de Janeiro: SBM, 2016, 298p.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Metodologia do trabalho cientifico** procedimentos básicos, pesquisa bibliográfica, projeto e relatório, publicações e trabalhos científicos. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2007. 226 p.

MEC. Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio. 2018. Disponível em: . Acesso em: 28 de março de 2020.

MOURA, Manoel Osvaldo de. O Currículo e os conteúdos de ensino da matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Volume 3 / Campinas, SP: Pontes Editora, 2016. 247 p.

MIGUEL, Antônio; MIORIM, Maria Ângela. História na Educação Matemática: propostas e desafios. – 1ª ed., 2ª reimp. – Belo Horizonte: Autêntica, 2008. 200 p.

NICOSIA, Giovanni Giuseppe. Cinesi, scuola e matematica. California: Creative Commons, 2010. 122 p.

NUNES, Teresina; BRYANT, Peter. Crianças fazendo Matemática. Tradução: Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 2007. 244 p.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius; PAVANELLO, Regina Maria; DE OLIVEIRA, Lucilene Adorno. Uma experiência de formação continuada de professores licenciados sobre a matemática dos anos iniciais do ensino fundamental. Ponta Grossa : Ed. UEPG, 2016. p. 15-38.

ROONEY, Anne. A História da Matemática desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito. São Paulo: M. Books do Brasil Editora Ltda. 2012. 216 p.

SILVA, L. G. M.; FERREIRA, T. J. O papel da escola e suas demandas sociais. Periódico Científico Projeção e Docência| v.5 | n.2. Dez. 2014.

SMITH, David Eugene; MIKAMI, Yoshio. A History of Japanese Mathematics. New York: Dover Edition, 2004. 304 p.

SARMENTO, Alan Kardec Carvalho (s.d). A utilização dos materiais manipulativos nas aulas de matemática. Disponível em: http://voutecontaraprendizagem.blogspot.com.br/2013/12/3-encontro-daoficina-trilha-dos.html. Acesso 16/04/2021

VIANNA, Carlos. Matemática e História: Algumas relações e implicações pedagógicas. Dissertação (Mestrado em Educação) – Departamento de Metodologia do Ensino e Educação Comparada da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo. 2005. Disponível em : https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10651. Acesso 14/02/2021.

WAII, Edward S. Teoria dos números para professores do ensino fundamental; tradução: Roberto Cataldo Costa; revisão: Katia Stocco Smole. – Porto Alegre: AMGH, 2014. 179 p.